

文章编号: 1001-4322(2001)04-0503-05

交变极性聚焦磁场抑制 Corkscrew 运动的机理

石金水^{1,2}, 林郁正¹, 丁伯南³

(1. 清华大学 工程物理系, 北京 100084; 2 中国工程物理研究院 流体物理研究所,
四川 绵阳 621900; 3 中国工程物理研究院, 四川 绵阳 621900)

摘 要: 分析了对强流相对论电子束采用交变极性聚焦磁场聚焦存在稳定解的条件, 提出了采用交变极性聚焦磁场抑制 Corkscrew 运动的机理。数值计算结果表明, 在采用交变周期为 1m、峰值磁场设为 0.2T 的情况下, 对于能量为 12MeV 的电子束, 当聚焦布局长度为 2.8m 时, 束质心位移可从 5mm (始端) 被抑制至近似 0 (终端); 对于能量为 20MeV 的电子束, 当聚焦布局长度为 4.5m 时, 束质心位移可从 5mm (始端) 被抑制至近似 0 (终端)。

关键词: 交变极性聚焦; 稳定解; Corkscrew 运动

中图分类号: TL501.2 **文献标识码:** A

高分辨率的 X 射线照相需要将数 kA 的强流相对论电子束聚焦至韧致辐射转换靶上, 形成小而稳定的焦斑。在理想的聚焦情况下, 电子束可以被会聚成一点, 但空间电荷效应、发射度、透镜球面像差和色散像差等诸多因素的影响, 将使得电子束的最小焦斑尺寸受到限制。而束质心的 Corkscrew 运动的影响, 不仅使得束焦斑尺寸增大, 而且造成束击靶位置的稳定性变差和焦斑形状的畸变^[1,2]。

两种耦合着的因素将决定 Corkscrew 运动振荡的剧烈程度^[3], 一是束质心轴与螺线管磁轴的偏移, 另一因素则是束脉冲期间的能散度。前者是由于束脉冲期间束质心位移同螺线管磁轴和束管道几何轴存在一定的偏移, 后者则是由于加速腔所提供的加速电压波形非理想方波所致。因此, 抑制或缓和 Corkscrew 运动对束传输和聚焦的影响, 通常都是从上述两因素着手, 即提高束质心轴、螺线管磁轴和束管道几何轴三轴间的对中精度, 以及减小加速电压脉冲平顶的波动和提高该脉冲前后沿的陡度。但加工精度、安装精度和磁轴校正精度, 及阴极发射体发射电流密度分布的随机性等因素的制约, 使得束质心轴与螺线管磁轴仍存在一定的偏心。此外, 阴极发射体通常采用天鹅绒 (直线感应加速器二极管中通常采用的一种发射体), 此类发射体的发射阈值较低, 可低于 $4 \times 10^3 \text{ kV/m}^{[4]}$ 。这样, 加载于二极管的加速电压脉冲宽度无论是小于后加速脉冲宽度还是等于后加速电压脉冲的宽度, 被传输束脉冲的前后沿的能散度均较大。因此, 在实际过程中, 为提高照相的精度, 仍期望寻找其它有效手段对 Corkscrew 振荡的幅度进行抑制, 甚至将束脉冲前后沿振荡幅度较大部分的束流予以剔除。

本文提出的利用交变极性磁场聚焦抑制 Corkscrew 运动, 一方面可抑制束脉冲顶部 Corkscrew 振荡的幅度, 并提高电子束打靶位置的稳定性; 另一方面通过聚焦布局的精心设计, 可剔除束脉冲前后沿能散度较大的束流部分。这一方法的采用, 将对提高接收图像的分辨能力具有非常重要的意义。

1 在交变极性聚焦磁场下电子运动的轨迹方程及其稳定解条件

交变极性聚焦磁场布局是将螺线管在束输运线上按场方向互为相反交替排列。取直角坐标系, 对称轴为 z 轴, 假定磁场沿对称轴 z 的分布近似为

$$B_z = B_0 \sin(kz) \quad (1)$$

式中: B_0 是轴上峰值磁场强度; $k = 2\pi/\lambda$, λ 为磁场方向交替变化的周期。那么, 电子在该轴向磁场中的回

收稿日期: 2000-01-20; 修订日期: 2000-04-03

基金项目: 国防科技基础研究项目资助课题

作者简介: 石金水(1964-), 男, 清华大学博士生, 副研究员, 从事核技术及其应用研究, 绵阳 919-106 信箱。

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.



旋波数 $k_c = \frac{\partial B_0}{\beta \gamma m_0 c^2} \sin(kz) = k_0 \sin(kz)$, 这里, e/m_0 为电子的荷质比, c 是光速, γ 是相对论因子, $\beta = v/c$ (v 是电子的速度)。

由 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 及轴对称性, 有 $\frac{\partial B_z}{\partial z} = -2 \frac{\partial B_x}{\partial x} = -2 \frac{\partial B_y}{\partial y}$, 于是 $B_x = \frac{x}{2} B_z', B_y = \frac{y}{2} B_z'$ 。这样可得到电子在(1)式所示磁场分布下的轨迹方程

$$x'' = \frac{e}{m \gamma} [y B_z - (1 + x^2) B_y + x y' B_x] \quad (2)$$

由于 $x y' B_x - x^2 B_y = \frac{x}{2} B_z' (x y' - x^2 y) = 0, v = \dot{z}$, 因此

$$x'' - k_c y' - k_c' \frac{y}{2} = 0 \quad (3)$$

同理可得

$$y'' + k_c x' + k_c' \frac{x}{2} = 0 \quad (4)$$

定义 $\xi = x + iy$, 则有

$$\xi'' + ik_c \xi' + ik_c' \frac{\xi}{2} = 0 \quad (5)$$

设 $\xi = \Omega \exp\{\frac{i}{2} \int_0^z k_c dz\}$, 则有

$$\Omega'' + \frac{k_0^2}{8} [1 - \cos(2kz)] \Omega = 0 \quad (6)$$

该方程为 Mathieu 方程形式, 标准形式的 Mathieu 方程是 $\Omega'' + [a - 2q \cos(2z)] \Omega = 0$, Mathieu 方程存在稳定区, 第一稳定区径向稳定边界在 $a=0$ 和 $a=1$ 之间^[5], 式(6)中 $a = 2q = k_0^2/8k^2$, 由

$$a < 1 - q - \frac{1}{8} q^2 \quad (7)$$

可得, $a < 0.656$ 。因此, 只要 $a < 0.656$, 亦即 $k_0 < 2.291k$, 运动将是稳定的, 电子束在该条件下将被稳定传输, 否则束将崩溃。

应用于闪光照相的直线感应电子加速器, 一般要求最终输出电子束的 $\beta \gamma > 20, B_0$ 一般在 $0.1 \sim 0.2T, k_0 < 6m^{-1}$ 。因此, 只要 $k > 2.5m^{-1}$, 即螺线管提供的交变周期磁场的交变周期不大于 $2.51m$, 电子束将得到稳定传输。在聚焦段, 上述的稳定解条件是可以满足的。

2 利用交变极性聚焦磁场抑制 Corkscrew 运动的机理

方程(5)不存在解析解。为直观分析, 在作出一定近似情况下, 可以得出方程(5)的近似解析解。

假定电子的回旋波长比系统周期长度长得多, 那么有两种距离尺度, 一种是系统周期长度(快尺度), 另一种是电子的回旋波长(慢尺度), 可把(5)式的解分解成快分量和慢分量^[6,7]

$$\xi = \xi_s + \xi_1 \sin(kz) + \xi_2 \cos(kz) \quad (8)$$

这里 ξ_s, ξ_1 和 ξ_2 是 z 的慢变化函数, $|\xi_1|, |\xi_2|$ 远小于 $|\xi_s|$, 于是

$$\xi' = \xi_s' + k \xi_1 \cos(kz) - k \xi_2 \sin(kz) \quad (9)$$

$$\xi'' = \xi_s'' - k^2 \xi_1 \sin(kz) - k^2 \xi_2 \cos(kz) \quad (10)$$

将 ξ, ξ' 和 ξ'' 代入(5)式, 可得

$$(\xi_s'' + \frac{ik_0 k}{4} \xi_s) - (k^2 \xi_1 + ik_0 \xi_s') \sin(kz) - (k^2 \xi_2 + \frac{ik_0 k}{2} \xi_s) \cos(kz) -$$

$$\frac{i3k_0 k \xi_1}{4} \sin(2kz) - \frac{i3k_0 k \xi_2}{4} \cos(2kz) = 0 \quad (11)$$

式中与 $\sin(2kz), \cos(2kz)$ 相关量同其它量相比是一更小阶量, 可忽略, 于是

$$\xi_s'' + \frac{ik_0 k}{4} \xi_s = 0 \quad (12)$$

$$k^2 \xi_1 + ik_0 \xi'_s = 0 \tag{13}$$

$$k^2 \xi_2 + \frac{ik_0 k}{2} \xi_s = 0 \tag{14}$$

考虑束质心具有初始位移, $x(0) = x_0$, $|\xi_1|$ 和 $|\xi_2|$ 远小于 $|\xi_s|$, 并假定 $x'(0) = y'(0) = 0, y(0) = 0$, 可解得

$$\xi_s(z) = x_0 \cos\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \tag{15}$$

$$\xi_1(z) = \frac{ik_0^2}{2\sqrt{2}k^2} x_0 \sin\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \tag{16}$$

$$\xi_2(z) = -\frac{ik_0}{2k} x_0 \cos\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \tag{17}$$

在具体问题中, $k_0 \ll k$, $|\xi_1|, |\xi_2| \ll |\xi_s|$, 于是束质心运动的近似解为

$$x(z) = x_0 \cos\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \tag{18}$$

$$y(z) = \frac{k_0^2 x_0}{2\sqrt{2}k^2} \sin\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \sin(kz) - \frac{k_0}{2k} x_0 \cos\left(\frac{k_0}{2\sqrt{2}}z\right) \cos(kz) \tag{19}$$

(19) 式中, $y(0) = 0$, 是因为求解过程中作出了一定假定所致。

对于束脉冲前后沿部分束, 其 $\beta\gamma$ 相对较小, 能散度在 $\Delta\gamma/\gamma < 99\%$ 之间 ($\Delta\gamma/\gamma$ 是束脉冲顶部的能散度), 大部分难以满足交变极性聚焦稳定解条件, 在聚焦过程中最终将被剔除, 这正是实验应用所期望的。

对具体的聚焦布局设计, 可使 k 约为 10m^{-1} , 而且 k 数倍于 k_0 。图 1 给出的是, 当 $k = 10\text{m}^{-1}, \beta\gamma = 24.46$ 时, 对 $\sqrt{x^2(z) + y^2(z)}/x_0$ 进行数值计算的结果。结果表明, 随着电子束在轴向的传播, 其质心位移将总是小于初始位移 (图中有两处大于 1 是因为求解过程中作出了一定假定所致)。因此, 采用交变极性磁场聚焦具有抑制 Corkscrew 运动的特点。

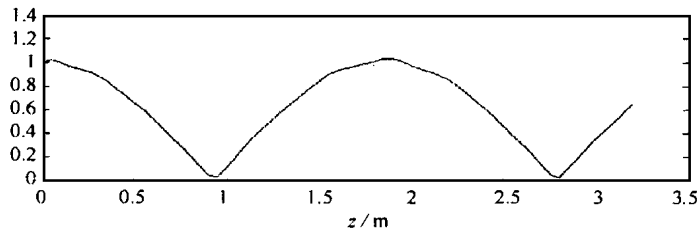


Fig 1 Analysis result of the beam centroid displacement in the alternating solenoid field

图 1 交变极性聚焦磁场下束质心位移的解析结果

3 数值计算结果

考虑电子束能为 $12\text{M eV}, B_0 = 0.2\text{T}$, 那么, (6) 式存在稳定解的条件是 $k > 2.0915\text{m}^{-1}$ 。图 2 给出了在不同 k 值情况下, 束在轴向传播时, 质心位移 $r(|r| = \sqrt{x^2 + y^2})$ 的数值计算结果。结果表明, 当 k 不满足稳定解条件时, 具有初始位移的束易崩溃; 当 k 大于一定值时, k 值的变化对束质心位移变化规律的影响很小; 选择合适的聚焦布局, 可使束质心位移得到最大限度抑制。

图 3 和图 4 分别给出的是改变束能和峰值磁场情况下的计算结果。图 3 的结果表明, 当电子束能量增加时, 其质心位移变化的周期将变长。图 4 的结果表明, 在某一设定的聚焦布局长度内, 增加峰值磁场不利于对束质心位移的抑制。

经更细致的数值计算, 并综合考虑螺线管线圈设计及布局的可行性, 当电子束峰值能量为 12M eV , k 值取为 6.28 , 峰值磁场设为 0.2T 时, 束脉冲前后沿能量低于 6M eV 的电子将被剔除, 聚焦布局的长度设为约 2.8m 时, 束脉冲顶部质心位移可被抑制至最小程度。当其它值保持不变, 电子束峰值能量为

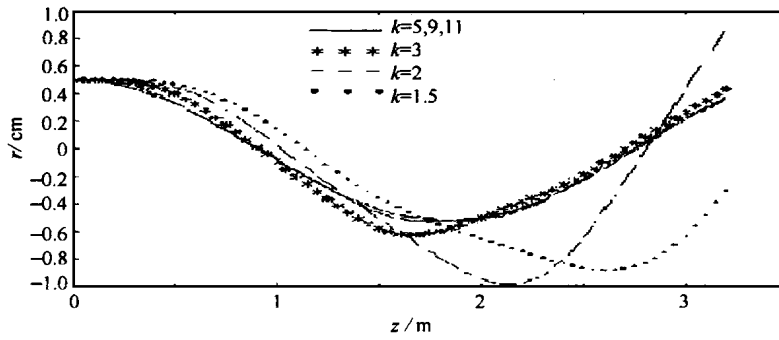


Fig 2 Numerical calculation results of the beam centroid displacement in various k

图2 在不同 k 值下质心位移的数值计算结果

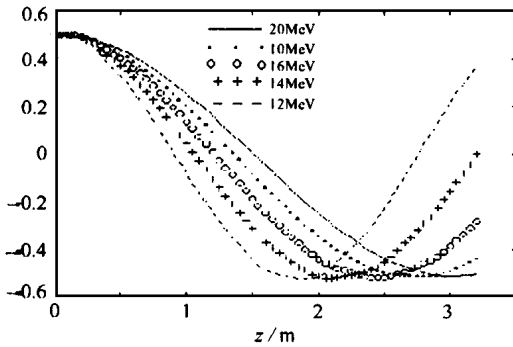


Fig 3 Numerical calculation results of the beam centroid displacement in various energy

图3 在不同能量下质心位移的数值计算结果

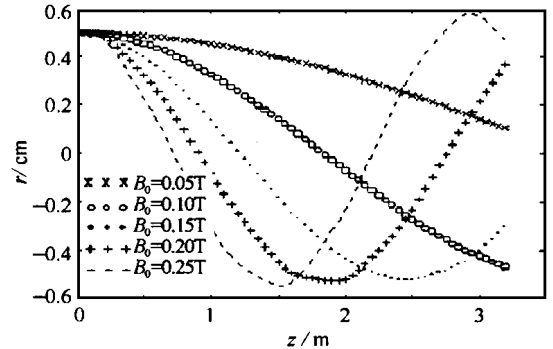


Fig 4 Numerical calculation results of the beam centroid displacement in various B_0

图4 在不同 B_0 下质心位移的数值计算结果

20MeV 时,束脉冲前后沿能量低于 10MeV 的电子将被剔除,聚焦布局的长度约为 4.5m 时,束脉冲顶部质心位移可被抑制至最小程度。

4 结论

在 $\beta\gamma$ 较大时,采用交变极性聚焦磁场聚焦强流相对论电子束,具有初始位移的束在其后的传输过程中,位移幅度的增长被得到抑制,利用解的稳定性条件限制,可对束脉冲前后沿能散度较大的束流部分予以剔除,从而达到抑制束质心的 Corkscrew 运动的目的。数值计算的结果表明,当交变极性聚焦磁场布局的交变周期取为 1m,峰值磁场强度设为 0.2T 时,对能量为 12MeV,质心初始偏心位移为 5mm 的束,在被传输 2.8m 后,其位移幅度被减小至 0;对能量为 20MeV,质心初始偏心位移为 5mm 的束,在被传输 4.5m 后,其位移幅度被减小至 0。

参考文献:

- [1] 石金水,刘承俊,丁伯南,等. 10MeV LIA 强流电子束的聚焦[J]. 强激光与粒子束, 1996, 8(2): 209—214 (Shi J S, Liu C J, Ding B N, et al. Focusing of intense electron beams for the 10MeV LIA. *High power laser and particle beams*, 1996, 8(2): 209—214.)
- [2] 石金水,丁伯南,邓建军,等. 12MeV 直线感应加速器[J]. 强激光与粒子束, 1997, 9(4): 599—603 (Shi J S, Ding B N, Deng J J, et al. 12MeV linear induction accelerator. *High power laser and particle beams*, 1997, 9(4): 599—603.)
- [3] Chen Y J. Corkscrew modes in linear accelerators[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 1990, A292: 455—464.
- [4] 戴光森,刘承俊,丁伯南,等. LIA 脉冲电压、电流、电子束流测试研究[A]. 10MeV 直线感应加速器会议文集[C]. 四川绵阳, 1994: 180—186 (Dai G S, Liu C J, Ding B N, et al. Pulse voltage, emitting current and beam current measurement for a LIA. Proceedings of the Conference on 10MeV Linear Induction Accelerator. Sichuan, Mianyang, 1994: 180—186.)
- [5] 刘道泉,等. 加速器理论[M]. 北京: 原子能出版社, 1990 (Liu N Q, et al. The accelerator theory. Beijing: Atomic Energy Press, 1990.)
- [6] Percival I, Richards D. Introduction to Dynamics[M]. London: Cambridge University Press, 1982: 153.

[7] Landau L D, Lifshitz E M. *Mechanics*[M]. Pergamon Press, 1976: 93.

Confining corkscrew oscillations by using an alternate solenoid field

SHI Jin-shui^{1,2}, LI N Yu-zheng¹, DING Bo-nan³

(1. *Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China;*

2. *Institute of Fluid Physics, CAEP, P. O. Box 919-106, Mianyang 621900, China;*

3. *China Academy of Engineering Physics, P. O. Box 919-1, Mianyang 621900, China*)

Abstract High-resolution X-ray photographing needs to focus intense relativistic electronic beams of several thousand amperes on the bremsstrahlung converter target, thereon forming small and stable spots. In the ideal focusing case, electron beams can be focused to a point. However, due to the influence of such factors as the space charge effect, the beam emittance, the spherical aberration of a lens, and the chromatic aberration, the minimal spot size of electronic beams will be limited. Furthermore, the corkscrew oscillation of the beam centroid will not only increase the spot size but also lead to the distortion of the spot shape. This paper analyzes the precondition transporting stably intense beams in an alternating solenoid field and presents the method confining corkscrew oscillations by using the field. The results of numerical calculation show that the centroid transverse displacement is decreased from 5mm (at the outset) to approximate 0 (at the terminal) when the 1m alternating period and the 0.2T peak magnetic field are used, and the 12MeV beams are transported 2.8m and the 20MeV beams are transported 4.5m.

Key words: alternating focus; stable resolution; corkscrew mode