文章编号：1007-5321(2007)02-0042-04

概率隐形传态中客户透明特性的分析

杜建忠[1,2]，　陈秀波[1]，　温巧燕[1]，　朱甫臣[3]

（1. 北京邮电大学 理学院，北京 100876；2. 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室，西安 710071；
3. 现代通信国家重点实验室，成都 610041）

摘要：给出了基于客户/服务模式概率隐形传态的一个双边协议，它达到成功隐形传态的最大概率．证明了 Schmidt 分解为 $\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n} u_{ji}b_i v_{ik}|j\rangle|k\rangle$ 的部分纠缠共享量子信道对客户端是透明的；对于一般化部分纠缠量子信道，客户必需知道一个局域幺正算子，将量子信道变换为客户端透明的量子信道，才能执行概率隐形传态．

关　键　词：隐形传态；量子通信；量子测量

中图分类号：TN918.1　　　**文献标识码**：A

Clients Transparency Properties in Probabilistic Teleportation

DU Jian-zhong[1,2],　CHEN Xiu-bo[1],　WEN Qiao-yan[1],　ZHU Fu-chen[3]

(1. School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;
2. State Key Laboratory of Integrated Services Network, Xidian University, Xi'an 710071, China;
3. National Laboratory for Modern Communications, Chengdu 610041, China)

Abstract: A bidirectional protocol of probabilistic teleportation on the clients/server model is proposed, leading to the maximal probability of successful teleportation. It is proved that the partially entangled quantum channel $\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n} u_{ji}b_i v_{ik}|j\rangle|k\rangle$ by the Schmidt decomposition is transparent to the clients. To perform probabilistic teleportation via the generally entangled quantum channel, the clients must know a unitary operator that transforms the quantum channel into the clients' transparent quantum channel.

Key words: teleportation; quantum communication; quantum measurement

1993 年，文献[1]考虑了量子隐形传态：用局域操作和传输 2 个经典比特，发送者(Alice)可以通过 1 个共享的最大纠缠对(任一 Bell 态)，将 1 个未知态 $\alpha|0\rangle_1+\beta|1\rangle_1$ 决定性地传给接收者(Bob)．

以后，替代最大纠缠信道，考虑了部分纠缠信道，提出了概率隐形传态协议．Alice 和 Bob 之间共享的部分纠缠信道用 Schmidt 分解[2]可以表示为 $|\psi\rangle_{2,3}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n} u_{ji}b_i v_{ik}|j\rangle|k\rangle$，这里 d 是 Schmidt 数．$|\psi\rangle_{2,3}$ 还可表示为矩阵形式 $\boldsymbol{UBV}$，其中 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 是幺正矩阵、$\boldsymbol{B}$ 是对角矩阵．假如 Alice 局域执行 $\boldsymbol{U}^+$ 于粒子 2 上，Bob 局域执行 $\boldsymbol{V}^+$ 于粒子 3 上，则

收稿日期：2006-03-28

基金项目：国家“863 计划”项目(2006AA01Z419)；国家自然科学基金重大研究计划项目(90604023)；高等学校博士学科点专项科研基金项目(20040013007)；现代通信国家重点实验室基金项目(9140C1101010601)；ISN 开放基金项目；国家自然科学基金项目(60373059)

作者简介：杜建忠(1970—)，男，博士生，E-mail：ddddjjjjzzzz@tom.com.

$|\psi\rangle_{2,3}$变为$|\psi_s\rangle_{2,3}=\sum_{i=1}^{d}b_i|i\rangle|i\rangle$.

部分纠缠态$|\psi_s\rangle_{2,3}$可作为量子信道执行概率隐形传态[3-6]. 文献[4]证明成功隐形传态的最大概率是$d\min\{b_i^2|i=1,2,\cdots,d\}$,对应于纠缠熵[7]$E$.

没有 Alice 的局域操作 $\boldsymbol{U}^+$,Bob 和 Alice 不能利用局域操作和经典通信将$|\psi\rangle_{2,3}$变换为$|\psi_s\rangle_{2,3}$,因而不能利用已有的概率隐形传态协议.

本文中,在 Alice 不知道 $\boldsymbol{U}^+$ 条件下,证明在 1 个 d 态概率隐形传态中,Alice 可以对共享量子信道$|\psi_t\rangle_{2,3}=\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}u_{ji}b_iv_{ik}|j\rangle|k\rangle$完全未知,或者仅需要知道 1 个局域幺正算子,使得一般化量子信道$|\psi\rangle_{2,3}$变换为$|\psi_t\rangle_{2,3}$.

现实中,顾客/服务模型是一种最常见的通信模型. 服务者知道信道的全部信息,愿意承担更多的工作. 顾客总是希望信道是透明的. 假如信道不能透明,顾客愿意知道最少的信道信息. 下面给出一个基于客户/服务模式的概率隐形传态的双边协议.

1　信道对发送者透明的概率隐形传态

一个 d 维空间H_d 的量子态$|\Phi\rangle_1=\sum_{a=1}^{d}c_a|a\rangle$被隐形传态至远方,信道是 $n\times n$ 维 Hilbert 空间 $H_n\times H_n$ 上 Schmidt 数为 d 的部分纠缠态$|\psi_t\rangle_{2,3}$. Alice 对这种共享信道是完全未知的. 给出这种概率隐形传态协议的步骤.

1) 在粒子 1 和 2 上,Alice 执行联合投影测量[1] $\{|\rho_{ef}\rangle_{12\,12}\langle\rho_{ef}||e,f=1,2,\cdots,d\}$,这里$|\rho_{ef}\rangle=1/\sqrt{d}\sum_{h=1}^{d}e^{2\pi ihe/d}|h\rangle\otimes|[(h+f-2)\bmod d]+1\rangle$. Alice 将测量结果 ef 通过经典信道传给 Bob. 系统态变换到

$$|\Theta_0^{ef}\rangle_{123}=(|\rho_{ef}\rangle_{12\,12}\langle\rho_{ef}|\otimes\boldsymbol{I}_3)(|\Phi\rangle_1\otimes|\psi_t\rangle_{2,3})=|\rho_{ef}\rangle_{12}\otimes\frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{h=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}e^{-2\pi ihe/d}c_h\cdot u_{[(h+f-2)\bmod d]+1,i}b_iv_{ik}|k\rangle_3$$

系统态为非正规形式,下同.

一般测量等价于在被测粒子关联的辅助粒子上执行投影测量[3-6].

2) Bob 收到用经典比特表示的测量结果 ef 后,在粒子 3 上执行幺正变换 $\boldsymbol{V}^+$. 系统态变换到

$$|\Theta_1^{ef}\rangle_{123}=(\boldsymbol{I}_1\otimes\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{V}^+)|\Theta_0^{ef}\rangle_{123}=|\rho_{ef}\rangle_{12}\otimes\frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{h=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}e^{-2\pi ihe/d}c_hu_{[(h+f-2)\bmod d]+1,i}b_i|i\rangle_3$$

3) Bob 在粒子 3 上执行测量[5]$\{\boldsymbol{M}_1,\boldsymbol{M}_2\}$,其中$\boldsymbol{M}_1=\mathrm{diag}(b_{\min}/b_1,\ b_{\min}/b_2,\ \cdots,\ b_{\min}/b_d)$、$\boldsymbol{M}_2=\mathrm{diag}(1-b_{\min}/b_1,\ 1-b_{\min}/b_2,\ \cdots,\ 1-b_{\min}/b_d)$,这里 $b_{\min}=\min\{b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_d\}$.

假如测量结果是 2,系统态变换到

$$|\Theta_2^{ef}\rangle_{123}=(\boldsymbol{I}_1\otimes\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{M}_2)|\Theta_1^{ef}\rangle_{123}=|\rho_{ef}\rangle_{12}\otimes\frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{h=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}e^{-2\pi ihe/d}c_hu_{[(h+f-2)\bmod d]+1,i}\cdot(1-b_{\min}/b_i)b_i|i\rangle_3$$

因为基态$|\min\rangle$的概率幅是 0,隐形传态失败.

假如测量结果是 1,系统态变换到

$$|\Theta_3^{ef}\rangle_{123}=(\boldsymbol{I}_1\otimes\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{M}_1)|\Theta_1^{ef}\rangle_{123}=|\rho_{ef}\rangle_{12}\otimes\frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{h=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}e^{-2\pi ihe/d}c_hu_{[(h+f-2)\bmod d]+1,i}b_{\min}|i\rangle_3$$

4) Bob 在粒子 3 上执行幺正变换 $\boldsymbol{U}^+$,然后执行幺正变换 $\boldsymbol{w}_{ef}$[1],这里

$$\boldsymbol{w}_{ef}=\sum_{m=1}^{d}e^{2\pi ihe/d}|m\rangle\langle[(m+f-2)\bmod d]+1|$$

系统态变换到

$$|\Theta_4^{ef}\rangle_{123}=(\boldsymbol{I}_1\otimes\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{w}_{ef}\boldsymbol{U}^+)|\Theta_3^{ef}\rangle_{123}=|\rho_{ef}\rangle_{12}\otimes(1/\sqrt{d})b_{\min}\sum_{m=1}^{d}c_m|m\rangle_3$$

粒子 1 上的未知态被隐形传态至粒子 3.

该协议中,成功隐形传态的概率就是步骤 3)中结果 1 出现的概率,即 $d\times b_{\min}^2$,对应纠缠熵 E[7].

2　一般信道的概率隐形传态中发送者必需的信道信息

假如 Alice 知道一个幺正变换 $\boldsymbol{Q}$,使 $\boldsymbol{U}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}u_{ji}|j\rangle\langle i|$变换到 $\boldsymbol{U}'=\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}u'_{ji}|j\rangle\langle i|$,在此条件下,上面的协议可以被简单修改,以适应一般量子信道$|\psi\rangle_{2,3}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}u_{ji}b_iv_{ik}|j\rangle|k\rangle$,即在步骤 1)中,$|\rho_{ef}\rangle_{12}$替换为$(1/\sqrt{d})\sum_{h=1}^{d}e^{2\pi ihe/d}|h\rangle\otimes\boldsymbol{Q}^+|[(h+f-2)\bmod d]+1\rangle$;在步骤 4),替换 $\boldsymbol{U}^+$,Bob 在粒子 3 上执行变换 $\boldsymbol{U}'^+$.

问题是,上面幺正变换 $\boldsymbol{Q}$ 是否必要.

定理 1　在量子信道为一般形式$|\psi\rangle_{2,3}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}u_{ji}b_iv_{ik}|j\rangle|k\rangle$的 d-态概率隐形传态中,

发送者必需知道一个幺正变换 Q,使得

$$Q\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}u_{ji}|j\rangle\langle i|=\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}u'_{ji}|j\rangle\langle i|$$

证明 令 ef 表示 Alice 的测量结果,对应的测量算子是 $\boldsymbol{M}_{ef}=\sum_{a=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}\sum_{p=1}^{d\times n}w_{p,a\otimes j}|p\rangle\langle a|\langle j|$. 对应地,令算子 $\boldsymbol{X}_{ef}$表示 Bob 作用在粒子 3 上的由测量操作和幺正操作组成的合成操作,即 $\boldsymbol{X}_{ef}=\left(\sum_{k=1}^{n}\sum_{q=1}^{n}x_{k,q}|q\rangle\langle k|\right)\mathrm{diag}(b_{\min}/b_1,\ b_{\min}/b_2,\cdots,b_{\min}/b_d,1,\cdots,1)\boldsymbol{V}^+$,这里 $\sum_{k=1}^{n}\sum_{q=1}^{n}x_{k,q}|q\rangle\langle k|$是幺正矩阵.

Alice 和 Bob 完成局域操作后,整个系统态为

$$(\boldsymbol{M}_{ef}\otimes\boldsymbol{I}_3)(\boldsymbol{I}_1\otimes\boldsymbol{I}_2\otimes\boldsymbol{X}_{ef})(|\Phi\rangle_1\otimes|\psi\rangle_{2,3})=$$
$$b_{\min}\sum_{a=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}\sum_{p=1}^{d\times n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{q=1}^{n}c_a w_{p,a\otimes j}u_{ji}x_{iq}|p\rangle|q\quad(1)$$

完成一个成功的隐形传态后,整个系统最终态可以表示为

$$|R_E\rangle_{12b_1}|\Phi\rangle_{b_2}=\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{t=1}^{[n/d]}R_{rst}|rst\rangle\sum_{z=1}^{d}c_z|z\rangle\quad(2)$$

式中,b_2 是 Bob 的粒子 3 上隐形传态过来的态;b_1 是 Bob 方与 b_2 分离的态;$[n/d]$表示不超过 n/d 的最大整数,不失一般性,用 n/d 标记$[n/d]$.

比较式(1)和式(2),获得

$$y\sum_{a=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}c_a w_{r\otimes s,a\otimes j}u_{ji}x_{i,t\otimes z}=c_z R_{rst}$$
$$z=1,2,\cdots,d;\ r,s=1,2,\cdots,n;\ t=1,2,\cdots,n/d$$

这里 y 是一个正规化系数. 因为每个 $w_{r\otimes s,a\otimes j}$, u_{ji} 及每个$x_{i,t\otimes z}$与所有的c_a、c_z 无关,得到

$$y\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}w_{r\otimes s,a\otimes j}u_{ji}x_{i,t\otimes z}=\delta_{a,z}R_{rst}$$
$$a,z=1,2,\cdots,d;\ r,s=1,2,\cdots,n;\ t=1,2,\cdots,n/d\quad(3)$$

式中 $\delta_{a,z}$是 Kronecker 函数.

态函数要求至少一个 $R_{rst}\neq 0$, 标记 $R_{r's't'}\neq 0$. 因为 $\sum_{k=1}^{n}\sum_{q=1}^{n}x_{k,q}|q\rangle\langle k|$是幺正矩阵,从式(3)可以写出 d^2 个关于未知数 $x_{i,t\otimes z}$的线性方程组

$$y\sum_{a=1}^{d}x_{i,t'\otimes a}w_{r'\otimes s',a\otimes j}=R_{r's't'}u^*_{ij}$$
$$j=1,2,\cdots,n;\ i=1,2,\cdots,d$$

令 $\boldsymbol{W}=\sum_{a=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}w_{r'\otimes s',a\otimes j}|a\rangle\langle j|$. 在一个成功的隐形传态中,$\{x_{i,t'\otimes a}|i,a=1,2,\cdots,d\}$应该有解,由线性方程组有解时系数矩阵和增广矩阵应该满足的关系知,任意一个幺正矩阵 Q 使得 $\boldsymbol{W}\boldsymbol{Q}^+=\boldsymbol{W}'$,当且仅当 $\boldsymbol{U}^+\boldsymbol{Q}^+=\boldsymbol{U}'^+$. 其中,$\boldsymbol{W}'=\sum_{a=1}^{d}\sum_{j=1}^{d}\cdot w'_{r'\otimes s',a\otimes j}|a\rangle\langle j|$, $\boldsymbol{U}'=\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{d}u'_{ji}|j\rangle\langle i|$, $\boldsymbol{Q}=\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}q_{ji}|j\rangle\langle i|$, $\boldsymbol{W}$、$\boldsymbol{Q}$ 是 $d\times n$ 矩阵, $\boldsymbol{U}$ 是 $n\times d$ 矩阵.

换句话说,Alice 的测量操作 M_{ef}必需蕴含一个幺正矩阵 Q,满足 $QU=U'$,才有可能成功隐形传态. 因此发送者必需知道这样的一个幺正矩阵 Q.

3 基于客户/服务模型的双边概率隐形传态协议

尽管理想的量子信道是最大纠缠态,可以简化通信者双方的操作,并且导致决定性的隐形传态,但获得这种信道是困难的. 因为混合态的量子信道不能精确地提供隐形传态[8],所以,在实际中,量子信道最可能是部分纠缠态信道.

在隐形传态之前,共享的量子信道应该是已知的. 为了实验地决定量子信道$|\psi\rangle_{2,3}$,应用态层析技术(state tomography technology)[9],需要重复测量态$|\psi\rangle_{2,3}$的许多副本. 服务者独自完成这项耗时的工作. 最初,服务者知道关于量子信道的全部信息,客户一无所知.

在确保通信的前提下,服务者告诉客户有关信道的最少信息. 在关于$|\psi\rangle_{2,3}$的 Schmidt 分解 $\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}u_{ji}b_i v_{ik}|j\rangle|k\rangle$中,假如 $j>d$ 时 $u_{ji}=0$. 则服务者不需要告诉客户有关信道的任何信息. 特别地,对于一个 n-态量子信道,当 Schmidt 数为 n,条件"$j>d$ 时 $u_{ji}=0$"被平凡满足. 假如 $j>d$ 时 $u_{ji}\neq 0$,服务者选择一个幺正矩阵 $Q=(q_{pj})_{d\times n}$使 $QU=U'$,这里 $j>d$ 时 $u'_{ji}=0$,然后将 Q 告诉客户. 此时$|\psi\rangle_{2,3}=\sum_{p=1}^{d}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{d}\sum_{k=1}^{n}q^*_{jp}u'_{pi}b_i v_{ik}|j\rangle|k\rangle$. 幺正矩阵 Q 的选择应使客户容易执行隐形传态操作.

假如,在量子信道更新前后,相同的幺正矩阵 Q 能将不同的幺正矩阵 U 都变换到满足条件的不同的 U',量子信道的更新对客户是透明的.

当服务者是接收者，客户是发送者，可以利用上面给出的协议．当服务者是发送者，客户是接收者，概率隐形传态可以看作为纠缠浓缩（entanglement concentration）[10-11]和决定性隐形传态[1]．概率隐形传态协议如下所述．

1）服务者在粒子 3 上执行幺正变换 $\boldsymbol{V}^{+}$，在粒子 3 上执行测量 $\{\boldsymbol{M}_1, \boldsymbol{M}_2\}$，假如测量结果是 2，概率隐形传态失败；否则，系统态变换为

$$|\Omega_1\rangle_{123} = (\boldsymbol{I}_1 \otimes \boldsymbol{I}_2 \otimes \boldsymbol{M}_1)(|\phi\rangle_1 \otimes |\psi\rangle_{2,3}) =$$

$$|\Phi\rangle_1 \otimes b_{\min} \sum_{p=1}^{d} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{d} q_{jp}^{*} u'_{pi} |j\rangle |i\rangle$$

2）服务者在粒子 3 上执行 $\boldsymbol{U}'^{+}$，系统态变换为

$$|\Omega_2\rangle_{123} = (\boldsymbol{I}_1 \otimes \boldsymbol{I}_2 \otimes \boldsymbol{U}'^{+}) |\Omega_1\rangle_{123} =$$

$$|\Phi\rangle_1 \otimes b_{\min} \sum_{p=1}^{d} \sum_{j=1}^{n} q_{jp}^{*} |j\rangle |p\rangle$$

3）在粒子 1 和 3 上，服务者执行联合投影测量[1] $\{|\rho_{ef}\rangle_{13\,13}\langle\rho_{ef}| \mid e, f = 1, 2, \cdots, d\}$．服务者将测量结果 ef 通过经典信道传给客户．系统态变换到

$$|\Omega_3^{ef}\rangle_{123} = (|\rho_{ef}\rangle_{13\,13}\langle\rho_{ef}| \otimes \boldsymbol{I}_2) |\Omega_2\rangle_{123} =$$

$$b_{\min} |\rho_{ef}\rangle_{13} \otimes \frac{1}{\sqrt{d}} \cdot$$

$$\sum_{h=1}^{d} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{e}^{-2\pi i h e/d} c_h q_{j,[(h+f-2) \bmod d]+1}^{*} |j\rangle_2$$

4）客户在粒子 2 上执行幺正变换 $\boldsymbol{Q}$，然后执行幺正变换 w_{ef}[1]，系统态变换到

$$|\Omega_4^{ef}\rangle_{123} = (\boldsymbol{I}_1 \otimes \boldsymbol{I}_3 \otimes w_{ef} \boldsymbol{Q}) |\Omega_3^{ef}\rangle_{123} =$$

$$|\rho_{ef}\rangle_{12} \otimes (1/\sqrt{d}) b_{\min} \sum_{m=1}^{d} c_m |m\rangle_2$$

粒子 1 上的未知态被隐形传态至粒子 2．

4　结　论

本文构造的基于客户/服务模型的双边概率隐形传态协议，达到了最大的成功概率．在概率隐形传态中，对于客户透明的共享量子信道是 $\sum_{j=1}^{d} \sum_{i=1}^{d} \sum_{k=1}^{n} u_{ji} b_i v_{ik} |j\rangle |k\rangle$．对于一般化的共享量子信道 $\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{d} \sum_{k=1}^{n} u_{ji} b_i v_{ik} |j\rangle |k\rangle$，客户必需知道一个局域幺正算子 $\boldsymbol{Q}$，将共享量子信道变换为 $\sum_{j=1}^{d} \sum_{i=1}^{d} \sum_{k=1}^{n} u'_{ji} b_i v_{ik} |j\rangle |k\rangle$，因此，客户的最小信道信息量对应某一特定的幺正矩阵 $\boldsymbol{Q}$．

在部分纠缠信道上，本文的基于客户/服务模式的概率隐形传态可用于实施一些纠缠交换方案[12]．

参考文献：

[1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. Phys Rev Lett, 1993, 70 (13): 1895-1899.

[2] Peres A. Quantum theory: concepts and methods[M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1993: 131-138.

[3] Li W L, Li C F, Guo G C. Probabilistic teleportation and entanglement matching [J]. Phys Rev A, 2000, 61 (3): 034301.

[4] Son W, Lee J, Kim M S, et al. Conclusive teleportation of a d-dimensional unknown state [J]. Phys Rev A, 2001, 64(6): 064304.

[5] Hsu L Y. Optimal information extraction in probabilistic teleportation [J]. Phys Rev A, 2002, 66(1): 012308.

[6] Fang Jianxing, Lin Yinsheng, Zhu Shiqun, et al. Probabilistic teleportation of a three-particle state via three pairs of entangled particles [J]. Phys Rev A, 2003, 67(1): 014305.

[7] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, et al. Concentrating partial entanglement by local operations [J]. Phys Rev A, 1996, 53(4): 2046-2052.

[8] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, et al. Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy-channels [J]. Phys Rev Lett, 1996, 76(5): 722-725.

[9] Vogel K, Risken H. Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase [J]. Phys Rev A, 1989, 40 (5): 2847-2849.

[10] Gisin N. Hidden quantum nonlocality revealed by local filters[J]. Phys Lett A, 1996, 210(3): 151-156.

[11] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. Inseparable two spin-1/2 density matrices can be distilled to a singlet form [J]. Phys Rev Lett, 1997, 78(4): 574-577.

[12] 秦素娟，温巧燕，朱甫臣．利用 Bell 态纠缠交换的环式量子秘密共享协议[J]．北京邮电大学学报，2006, 29(2): 34-37.
Qin Sujuan, Wen Qiaoyan, Zhu Fuchen. A ring quantum secret sharing protocol based on entanglement swapping of Bell states[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2006, 29(2): 34-37.