

文章编号: 1000-3851(2003)04-0063-04

三维编织复合材料制件的细观单胞元分析

修英姝¹, 陈利², 李嘉禄²

(1. 北京航空航天大学, 北京 100083; 2. 天津工业大学 复合材料研究所, 天津 300160)

摘要: 讨论了实现三维编织复合材料细观结构与宏观响应直接相关连的计算方法——细观单胞元法。该方法采用细观结构单胞作为离散单元对三维编织复合材料制件进行宏观网格剖分, 在细观结构分析的基础上, 将微结构上的物理量转换为细观单胞元的宏观节点变量, 建立了细观单胞元刚度矩阵的求解方法。数值结果表明, 该方法能反映细观结构参数的变化对材料宏观物理量的影响。

关键词: 编织复合材料; 有限元法; 细观单胞元

中图分类号: TB332 **文献标识码:** A

ANALYZING THE MECHANICAL PROPERTIES OF 3-D BRAIDED COMPOSITE STRUCTURES BY CELL-ELEMENT

XIU Yingshu¹, CHEN Li², LI Jialu²

(1. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China;

2. Composite Materials Research Institute, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China)

Abstract: A numerical method, cell-element method, which establishes the relation between microstructure and macro-response in 3D braided composites is presented in this paper. Firstly, a 3-D braided composite structure is meshed by the unit cells, then based on the analysis of the micro-structure, the variables of the micro-structure are translated into the variables of macro-nodes, and the stiffness of the cell-element is formulated. The numerical results show that this method can feedback the response of macro-variables to any tiny change in the micro-structure.

Key words: braided composite; FEM method; cell-element

三维编织复合材料是近年来发展起来的一种以三维编织整体织物结构为增强形式的新型复合材料, 它从根本上克服了传统层合板的分层问题。鉴于其增强方式的特性, 这类材料的性能分析与优化一直是工程应用中的技术难点。根据三维编织结构的特点, 先后提出了纤维交织模型、纤维倾斜模型、织物几何模型、有限单胞模型、三元模型、有限多相单元模型等^[1~6]。目前的研究主要局限于三维编织复合材料的局部细观现象以及材料的微结构宏观统计特性, 而对于三维编织复合材料构件的力学分析仍采取一般均质制件的力学分析方法, 只是在材料工程常数统计意义上反映其非均匀性和各向异性。此外, 三维编织复合材料具有复杂的细观结构, 现有的

有限元方法很难实现基于该类材料微结构的计算机分析, 主要是由于基于细观结构的离散会造成巨大的工作量。基于这两种原因, 笔者提出了细观单胞元技术, 探讨一种既能直接联系三维编织复合材料的细观结构和宏观行为又能减少基于细观结构离散的工作量的计算方法, 实现材料细观结构到制件的宏观响应的直接过渡分析。

细观单胞元方法的主要思路是将三维编织复合材料制件按其细观结构单胞进行宏观单元剖分, 这样每个单元内含有复杂的细观结构, 然后对内部细观结构进行分析, 将微结构上的物理量转换为细观单胞元的宏观节点变量, 因此这种方法可以直接反映任何微结构上的变化对构件宏观响应的影响。

收稿日期: 2002-03-19; 收修改稿日期: 2002-05-10

基金项目: 天津市自然科学基金(013604411)

作者简介: 修英姝(1976-), 女, 博士, 主要从事复合材料力学方面的研究。

通讯作者: 陈利, E-mail: chenli@tjpu.edu.cn.

1 细观单胞元模型

三维编织复合材料具有复杂的细观结构, 单胞内既含有基体材料又含有不同取向的纤维束材料, 而且两种材料间还存在界面。由于相几何的复杂性, 难于用传统的有限单元体进行剖分描述。

通过对三维编织复合材料的细观结构的分析, 三维编织可以看作是组分材料的空间结构物^[7]。它由有序的细观结构单胞叠合而成。结构单胞可划分为三种, 即内部单胞、表面单胞和角单胞。以三维编织复合材料的内部单胞模型为例描述数值分析模型的建立。三维编织复合材料的内部单胞模型如图 1 所示, 单胞为一立方体, 包含四种走向的编织纱线。

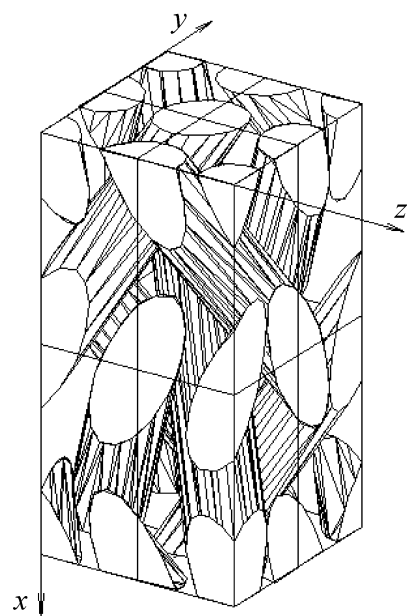


图 1 三维编织复合材料的内部单胞模型

Fig. 1 Interior unit-cell of 3-D braided composites

编织纱线间的空隙由基体材料填充。将结构单胞作为数值分析的离散单元时, 称离散单元为细观单胞元。该单元由一个含有不同取向编织纱线的空六面体单元和一个含有基体材料的实六面体单元叠合而成, 这两个单元拥有共同的节点, 如图 2 所示。空六面体单元中, 编织纱线按其空间取向分布。取向角分别为 (V, h) , $(-V, h)$, $(V, -h)$ 和 $(-V, -h)$, 其中, h 为编织纱线与编织轴向(x 向)的夹角, h 为编织纱线在制件横界面(yz 平面)内的投影与 z 轴的夹角。单胞几何尺寸为

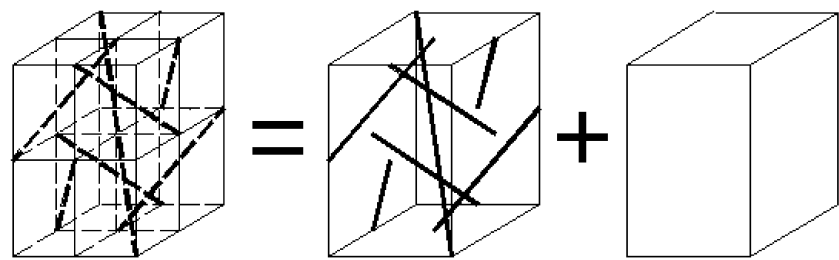


图 2 三维编织复合材料的细观单胞元模型

Fig. 2 Cell-element model of 3-D braided composites

$$W_x = \frac{4d}{\tan V \sin 2h} \quad (1)$$

$$W_y = \frac{2d}{\cosh} \quad (2)$$

$$W_z = \frac{2d}{\sinh} \quad (3)$$

式中: W_x, W_y 和 W_z 分别为单元沿 x, y 和 z 向的尺寸, d 为所用编织纱线的椭圆形横截面的短轴。

2 细观单胞元方法

2.1 含基体材料的实六面体单元的刚度矩阵

对于均质各向同性的基体材料, 采用三维 8 节点六面体等参单元分析。单元的节点位移向量

$$\mathbf{H} = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8]^T \quad (4)$$

单元内任一点的位移可由单元结点位移插值表示为

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{w}]^T = \mathbf{N} \mathbf{H} \quad (5)$$

式中: \mathbf{N} 为单元的位移形状函数。

基体单元内各点的应变和应力可以节点位移表示

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B} \mathbf{H} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B} \mathbf{H} \quad (7)$$

式中: \mathbf{B} 为应变矩阵, $\mathbf{1}$ 为弹性矩阵。

由应变矩阵、弹性矩阵可得基体单元的刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_m^e = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{1} \mathbf{B} \, d\Omega \quad (8)$$

其中: Δ 为 Jacobi 行列式, \mathbf{B} 为应变矩阵, $\mathbf{1}$ 为弹性矩阵。

2.2 含编织纱线的空六面体单元

编织纱线受拉伸时与杆件相同, 且由于周围基体约束的存在也能承受压缩作用, 因此将编织纱线视为空间杆件分析。如采用一般有限元方法, 将一维杆单元与三维六面体单元连接时, 两种单元必须共节点, 此外, 杆单元和六面体单元的位移模式不同, 二者的位移不能协调。图 2 所示的细观单胞元中, 编织纱线简化成的杆单元处于基体单元的内部, 和基体具有相同的变形, 且二者通常不能共节点。因此, 需要建立编织纱线的刚度矩阵的求解方法。

因为编织纱线在基体内, 和基体有相同的变形, 所以编织纱线上任一点位移可用基体的六面体单元节点位移表示。设第 k 根编织纱线的局部坐标系 (x, y, z) , 其中坐标轴 x, y, z 分别为编织纱线的

轴向和其横截面的两个惯性主轴。在坐标系(a, Z, Y)中, 设编织纱线的参数方程为

$$\begin{aligned} a &= f_1(x) \\ Z &= f_2(x) \quad (-1 \leq x \leq 1) \\ Y &= f_3(x) \end{aligned} \quad (9)$$

局部坐标轴 x 在坐标系(x, y, z)的方向矢量为

$$C_1 = \frac{5x}{5x}P + \frac{5y}{5x}Q + \frac{5z}{5x}R \quad (10)$$

式中: P, Q, R 是 x, y, z 方向的单位矢量。

$$\begin{aligned} \frac{5x}{5x} &= \frac{5x}{5a} \frac{5a}{5x} + \frac{5x}{5Z} \frac{5Z}{5x} + \frac{5x}{5Y} \frac{5Y}{5x} \\ \frac{5y}{5x} &= \frac{5y}{5a} \frac{5a}{5x} + \frac{5y}{5Z} \frac{5Z}{5x} + \frac{5y}{5Y} \frac{5Y}{5x} \\ \frac{5z}{5x} &= \frac{5z}{5a} \frac{5a}{5x} + \frac{5z}{5Z} \frac{5Z}{5x} + \frac{5z}{5Y} \frac{5Y}{5x} \end{aligned}$$

坐标轴 x 方向的单位矢量为

$$l_1 = \frac{C_1}{|C_1|} = [l_1 \quad m_1 \quad n_1]^T \quad (11)$$

式中: l_1, m_1, n_1 分别为编织纱线轴向在(x, y, z)坐标系中的方向余弦。

根据式(4)和式(5), 编织纱线上任一点沿 x 方向的位移可以用整体坐标系(x, y, z)中的节点位移表示为

$$u = [l_1 \quad m_1 \quad n_1] \cdot \mathbf{U} \quad (12)$$

编织纱线的轴向应变

$$\epsilon = \frac{5u}{5x} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{U} \quad (13)$$

编织纱线的应力为

$$\sigma = E_k A_k \epsilon / H \quad (14)$$

式中: E_k, A_k 分别为第 k 根编织纱线的弹性模量、横截面积。

根据虚位移原理, 得单元内第 k 根编织纱线的刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_k = E_k A_k \int_{-1}^1 \mathbf{L}^T \mathbf{L} / h dx \quad (15)$$

式中:

$$h = \frac{5x^2}{5x} + \frac{5y^2}{5x} + \frac{5z^2}{5x}$$

设空六面体单元内共有 8 根编织纱线, 则单元的刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_f = \sum_{k=1}^8 \mathbf{K}_k \quad (16)$$

2.3 细观单胞元的刚度矩阵

根据图 2 所示原理, 将基体单元的刚度矩阵和

编织纱线的刚度矩阵叠加而成, 并扣除叠加部分, 得出

$$\mathbf{K}^e = (1 - V_f) \mathbf{K}_m^e + \mathbf{K}_f^e \quad (17)$$

式中: V_f 为纤维体积含量。

3 算例

应用以上推导的细观单胞元法, 对三维编织复合材料的拉伸试验件进行了计算, 并与实验进行了对比。标准的三维编织碳纤维/环氧复合材料试验件由天津工业大学提供, 采用三维四向编织技术制备预制件, 经 RTM 工艺固化成型。试件的几何尺寸为 250 mm × 20 mm × 5 mm, 纤维体积含量为 50%, 编织角分别为 19°、28°和 37°。采用结构单胞为离散单元对三维编织复合材料进行宏观网格剖分, 网格中包含三种单胞结构: 内部单胞、表面单胞和角单胞^[2]。由于角单胞在整个结构中所占比例较小, 因此, 分析中用面单胞代替角单胞。计算时单胞个数为 1200。碳纤维的拉伸模量为 230 GPa, 泊松比为 0.26。环氧树脂的弹性模量 3.5 GPa, 泊松比为 0.35。边界条件模拟材料拉伸实验状态。数值计算与实验结果吻合较好, 如图 3 所示。

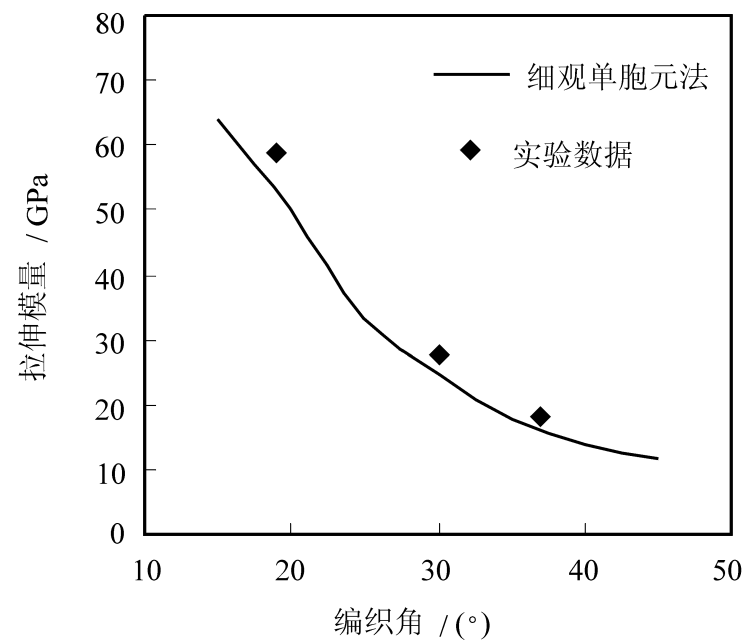


图 3 数值计算与实验结果的比较

Fig. 3 Comparison between numerical results and experimental data

与传统有限元方法相比, 细观单胞元法更能反映三维编织复合材料的细观结构对其宏观性能的影响。为了说明这一点, 分别采用传统有限元方法和细观单胞元法计算了三维编织复合材料制件承受三点弯曲式的应力分布。制件的几何尺寸为 80 mm × 15 mm × 4 mm, 纤维体积含量为 55%, 编织角为 20°, 含 84 根编织纱线。传统有限元方法采用先由细

观参数计算宏观统计常数,然后把三维编织复合材料看作是宏观均质材料,再进行有限元网格剖分和分析计算,结果如图4所示。采用传统有限元方法所得到的应力等值线分布比较光滑均匀,这主要是在分析中把三维编织复合材料作为宏观统计均匀材料,忽略了材料在细观结构上的非均匀性。若要考虑细观结构的影响,则必须以细观结构离散为前提。对于具有复杂的纱线交织结构的三维编织复合材料,若采用一般有限元方法进行细观结构的离散将造成巨大的工作量,且对于结构较复杂的构件来说也是不现实的。图5为采用细观单胞元法计算得到的应力等值线图。图5中宏观应力 e_x 的等值线分布形态与三维编织的细观结构变化相对应。采用细观单胞元方法分析时,将细观结构单胞作为离散单元对三维编织复合材料进行宏观网格剖分,减少了基于细观结构离散的工作量。在计算过程中,将内部细观结构上的物理量转换为离散单元的宏观节点变量,建立了微结构上的变量和制件宏观变量之间的直接联系。比较图4、图5可以发现,细观单胞元不仅计算简易,工作量小,而且具备反映材料细观结构变化的能力,为材料的细观结构优化设计提供了强有力的依据。

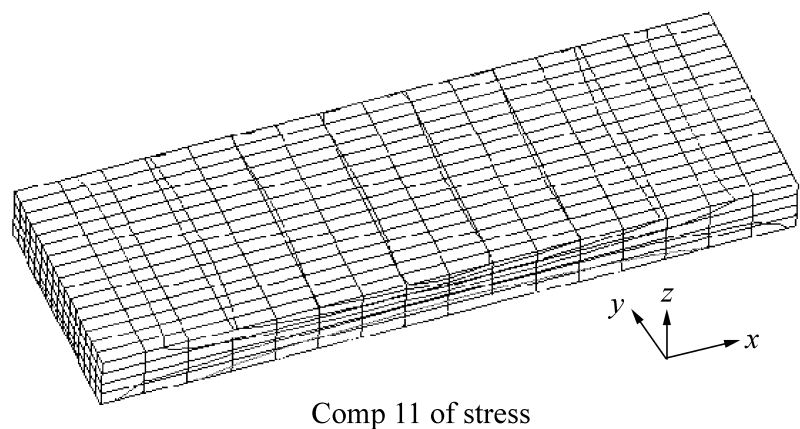


图4 传统有限元方法计算得到的宏观应力 e_x 的等值线图

Fig. 4 Contour line of stress e_x by traditional FEM

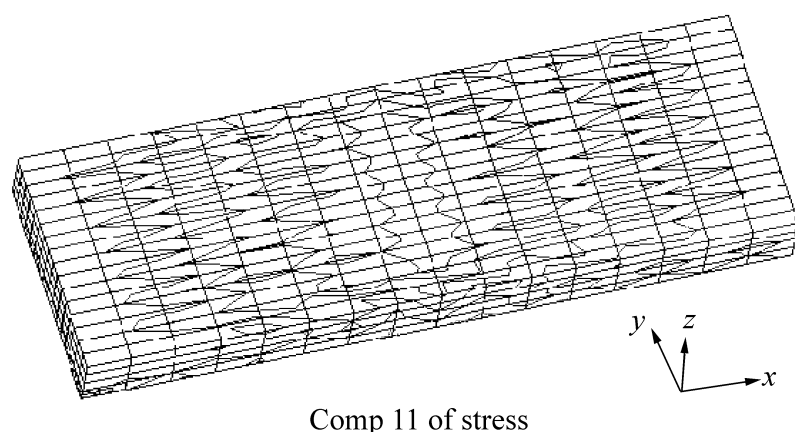


图5 细观单胞元法计算得到的宏观应力 e_x 的等值线图

Fig. 5 Contour line of stress e_x by cell-element method

4 结 论

笔者探讨了三维编织复合材料宏观响应的分析方法——细观单胞元法。该方法采用细观结构单胞作为离散单元对三维编织复合材料进行宏观网格剖分,具有工作量小、计算简易的特点,并能反映细观结构参数变化对材料宏观物理量的影响,结合结构优化技术,可以寻求满足力学性能要求的最佳细观结构。近一步的工作是将损伤力学模型及破坏模式引入细观单胞元中,研究三维编织复合材料的失效过程。

参考文献:

- [1] Ma C L, Yang L M, Chou T W. Elastic stiffness of three-dimensional braided textile structural composites [A] In: Composite Materials: Testing and Design, Seventh Conference [C]. 1984: 404- 421.
- [2] Yang J M, Ma C L, Chou T W. Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites [J]. J Compos Mater, 1986, 20: 472- 483.
- [3] Whyte D. On the structure and properties of 3D braided composites [D]. Philadelphia: Drexel University, 1986.
- [4] Lei C, Cai Y J, Ko F. Finite element analysis of 3-D braided composites [J]. Advances in Engineering Software, 1992(14): 187- 194.
- [5] Wu D L. Three-cell model and 3D braided structural composites [J]. Composites Science and Technology, 1996, 56: 225- 233.
- [6] Chen L, Tao X M, Choy C L. Mechanical analysis of 3-D braided composites by finite multiphase element method [J]. Composites Science and Technology, 1999, 59(11): 2383- 2391.
- [7] 修英姝, 陈利, 李嘉禄. 三维编织复合材料的细观结构分析 [J]. 宇航材料工艺, 2001, 31(3): 19- 22.