

基于高精度修磨轮包络精化圆柱蜗杆的理论研究^①

詹东安¹, 王树人¹, 刘洪斌¹, 杨成², 虞维廉², 路俊秀²

(1. 天津大学机械工程学院, 天津 300072; 2. 河北电机股份有限公司, 石家庄 050021)

摘要:提出一种用修磨轮双自由度精化圆柱蜗杆的新方法, 运用空间啮合原理对该方法进行了理论分析, 推导出若干啮合分析方程式, 从理论上验证并得出了用渐开线齿轮形修磨轮可精化出渐开线圆柱蜗杆的结论. 通过对修磨轮齿形的特殊设计与制造, 还可精化其它齿形的圆柱蜗杆, 且效率高、成本低.

关键词:齿轮形修磨轮; 圆柱蜗杆; 双自由度; 啮合分析

中图分类号: TG71, TH132 **文献标识码:** A **文章编号:** 0493-2137(2000)01-0006-05

圆柱蜗杆传动被广泛应用于减速器、电梯曳引机等机械装置中. 为了提高传动性能, 通常对圆柱蜗杆要进行精确磨削. 渐开线圆柱蜗杆(ZI 蜗杆)可磨削性好, 传动效率高, 应用较为广泛. 这种蜗杆的粗加工通常是用直线刃车刀车削或齿轮滚刀铣削, 精加工是用单面或单锥面砂轮在蜗杆磨床上磨削^[1]. 本文介绍一种圆柱蜗杆精加工新方法, 即在经过改装的机床上, 用修磨轮与圆柱蜗杆作共轭啮合运动, 并沿着蜗杆轴线方向移动, 从而实现对圆柱蜗杆的双自由度精化. 若修磨轮为渐开线齿轮形, 则经该方法精化后的蜗杆即为渐开线圆柱蜗杆. 这种精化圆柱蜗杆的新方法效率高、成本低、简便易行. 另外, 通过对修磨轮齿形的特殊设计与制造, 还可以精化其它齿形的圆柱蜗杆.

1 修磨轮精化圆柱蜗杆啮合方程的一般形式

修磨轮精化圆柱蜗杆的啮合运动是双自由度运动: 一是修磨轮与圆柱蜗杆之间有严格传动比关系的啮合运动($i_{12} = \omega_1/\omega_2$); 二是修磨轮沿蜗杆轴线方向的直线移动(V_{02}). 在进行双自由度啮合运动分析时, 假定相互独立的运动参数是 ω_2 和 V_{02} , 已知修磨轮齿面 Σ^1 , 待求蜗杆齿面 Σ^2 .

1.1 空间啮合坐标系

修磨轮双自由度精化圆柱蜗杆坐标系见图 1, 其中 $S(o-xyz)$ 和 $S_P(o_P-x_P y_P z_P)$ 是两个静坐标系, z 轴和 z_P 轴之间的夹角为 ϕ 角, x 轴与 x_P 轴重合, oo_P 等于

中心距 a . 修磨轮固联于坐标系 $S_1(o_1-x_1 y_1 z_1)$, 圆柱蜗杆固联于坐标系 $S_2(o_2-x_2 y_2 z_2)$, 在起始位置时, 它们分别与坐标系 S 和 S_P 重合, 修磨轮以匀角速度 ω_1 绕 z 轴转动, 圆柱蜗杆以匀角速度 ω_2 绕 z_P 轴转动, 并以匀速 V_{02} 沿 z_P 轴移动. 本文以右旋(或直齿)修磨轮精化右旋圆柱蜗杆为例, 某一时刻, 坐标系 S_2 相对于坐标系 S_P 移动了 l_2 距离, $o_P o_2 = l_2$, 并绕 z_P 轴转过 φ_2 角, 而修磨轮绕 z 轴转过 φ_1 角, 转动方向如图 1 所示.

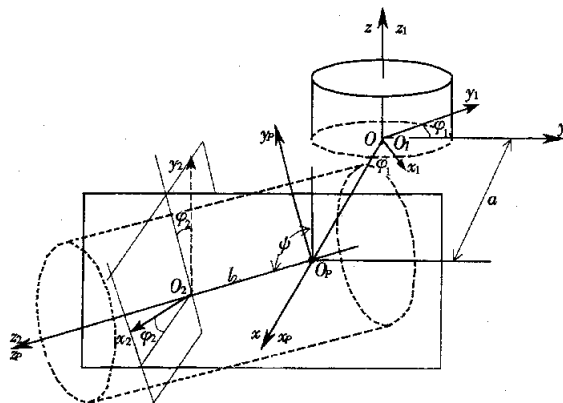


图 1 修磨轮精化圆柱蜗杆空间啮合坐标系
 Fig. 1 Coordinate systems applied for dressing gear finish enveloping cylindrical worm

① 收稿日期: 1999-05-30; 修回日期: 1999-07-12.
 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59775007); 河北省重大攻关课题资助项目.
 作者简介: 詹东安(1963—), 男, 博士后, 副教授.

1.2 啮合方程的一般形式

设修磨轮齿面 Σ^1 在坐标系 S_1 中的方程式为

$$\mathbf{r}^1 = x_1(u, \theta)\mathbf{i}_1 + y_1(u, \theta)\mathbf{j}_1 + z_1(u, \theta)\mathbf{k}_1 \quad (1)$$

式中: u, θ 为修磨轮齿面 Σ^1 的两个参数。

根据齿轮啮合原理^[2], 按图 1 的坐标系及修磨轮齿面方程式(1), 可以分别求出两齿面上任意啮合点处的相对运动速度 V^{11} 和已知齿面 Σ^1 的法矢 $\mathbf{n}^1 = n_{x_1}^1\mathbf{i}_1 + n_{y_1}^1\mathbf{j}_1 + n_{z_1}^1\mathbf{k}_1$ 的具体表达式, 然后代入啮合方程式 $V^{11} \cdot \mathbf{n}^1 = 0$ 中, 整理得啮合方程式^[3](这里 $V_{01} = l_1 = 0$)的一般形式为

$$\begin{aligned} & \omega_2 \cos \varphi_1 [z_1 \sin \psi n_{x_1}^1 + (a \cos \psi + \frac{V_{02}}{\omega_2} \sin \psi) n_{y_1}^1 - \\ & x_1 \sin \psi n_{z_1}^1] + \omega_2 \sin \varphi_1 [(a \cos \psi + \\ & \frac{V_{02}}{\omega_2} \sin \psi) n_{x_1}^1 - z_1 \sin \psi n_{y_1}^1 + y_1 \sin \psi n_{z_1}^1] = \\ & (\omega_1 - \omega_2 \cos \psi)(y_1 n_{x_1}^1 - x_1 n_{y_1}^1) - \\ & (a \omega_2 \sin \psi - V_{02} \cos \psi) n_{z_1}^1 \end{aligned} \quad (2)$$

修磨轮双自由度精化圆柱蜗杆时, 假定蜗杆既转动 ω_2 又移动 V_{02} , 那么修磨轮的转速 ω_1 为

$$\omega_1 = i_{12} \omega_2 + i' V_{02} \quad (3)$$

式中: i_{12}, i' 为 ω_1 与 ω_2, V_{02} 的传动比。

将上式代入啮合方程式(2)中, 由于 ω_2 与 V_{02} 两参数是相互独立的, 它们之间没有函数关系, 那么要满足啮合方程式(2), 就得同时满足与 ω_2 和 V_{02} 相对应的下面两个相互独立的条件式, 即

$$\left. \begin{aligned} U_2 \cos \varphi_1 - V_2 \sin \varphi_1 &= W_2 \\ U_2 &= \sin \psi n_{y_1}^1 \\ V_2 &= -\sin \psi n_{x_1}^1 \\ W_2 &= i'(y_1 n_{x_1}^1 - x_1 n_{y_1}^1) + \cos \psi n_{z_1}^1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 \cos \varphi_1 - V_1 \sin \varphi_1 &= W_1 \\ U_1 &= z_1 \sin \psi n_{x_1}^1 + a \cos \psi n_{y_1}^1 - \\ & x_1 \sin \psi n_{z_1}^1 \\ V_1 &= -a \cos \psi n_{x_1}^1 + z_1 \sin \psi n_{y_1}^1 - \\ & y_1 \sin \psi n_{z_1}^1 \\ W_1 &= (i_{12} - \cos \psi)(y_1 n_{x_1}^1 - x_1 n_{y_1}^1) - \\ & a \sin \psi n_{z_1}^1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2 修磨轮精化圆柱蜗杆的点啮合分析

修磨轮双自由度精化圆柱蜗杆时, 任意啮合点要同时满足相互独立的两个啮合条件式(4)与式(5), 该两式可分别写成 $\varphi_1 = f_1(u, \theta)$ 和 $\varphi_1 = f_2(u, \theta)$ 的形式,

在一定的转角 φ_1 时, 两式各代表一条接触线. 因此, 能同时满足这两方程式的值就只有这两条接触线的交点, 即两齿面 Σ^1 与 Σ^1 在空间是点接触啮合的。

2.1 两齿面 Σ^1 与 Σ^1 的空间接触啮合点

对于修磨轮齿面 Σ^1 , 若已知其在坐标系 S_1 中的端截形为

$$\mathbf{r}_0 = x_0(u)\mathbf{i}_1 + y_0(u)\mathbf{j}_1 \quad (6)$$

则其螺旋齿面方程式(1)可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^1 &= x_1(u, \theta)\mathbf{i}_1 + y_1(u, \theta)\mathbf{j}_1 + z_1(u, \theta)\mathbf{k}_1 = \\ & [x_0(u) \cos \theta - y_0(u) \sin \theta]\mathbf{i}_1 + \\ & [x_0(u) \sin \theta + y_0(u) \cos \theta]\mathbf{j}_1 + p_1 \theta \mathbf{k}_1 \end{aligned} \quad (7)$$

式中: u, θ 为修磨轮齿面 Σ^1 上两个参数; p_1 为螺旋参数。

修磨轮齿面 Σ^1 上法矢 \mathbf{n}^1 为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}^1 &= n_{x_1}^1\mathbf{i}_1 + n_{y_1}^1\mathbf{j}_1 + n_{z_1}^1\mathbf{k}_1 \\ n_{x_1}^1 &= p_1(x_0' \sin \theta + y_0' \cos \theta) \\ n_{y_1}^1 &= -p_1(x_0' \cos \theta - y_0' \sin \theta) \\ n_{z_1}^1 &= x_0 x_0' + y_0 y_0' = (n_{x_1}^1 y_1 - n_{y_1}^1 x_1) / p_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $x_0, y_0, x_0', y_0', x_1$ 和 y_1 分别是 $x_0(u), y_0(u), x_0'(u), y_0'(u), x_1(u, \theta)$ 和 $y_1(u, \theta)$ 的简写。

将式(7)和式(8)代入啮合条件式(4)中, 整理得

$$\begin{aligned} -x_0' \cos(\theta + \varphi_1) + y_0' \sin(\theta + \varphi_1) &= \\ \frac{i' p_1 + \cos \psi}{p_1 \sin \psi} n_{z_1}^1 \end{aligned} \quad (9)$$

从上式可见, x_0', y_0' 是参数 u 的函数, $n_{z_1}^1 = x_0 x_0' + y_0 y_0'$ 也是 u 的函数, p_1, ψ, i' 则是给定的常数, 所以可以由 $(\theta + \varphi_1)$ 解出 u 值, 即解得 $u = u(\theta + \varphi_1)$ 。

将式(7)和式(8)代入啮合条件式(5)中, 整理得

$$\begin{aligned} p_1^2 \theta \sin \psi [x_0' \sin(\theta + \varphi_1) + y_0' \cos(\theta + \varphi_1)] - \\ a p_1 \cos \psi [x_0' \cos(\theta + \varphi_1) - y_0' \sin(\theta + \varphi_1)] = \\ n_{z_1}^1 \sin \psi [x_0 \cos(\theta + \varphi_1) - y_0 \sin(\theta + \varphi_1)] + \\ n_{z_1}^1 [p_1(i_{12} - \cos \psi) - a \sin \psi] \end{aligned} \quad (10)$$

将式(9)代入式(10)中, 整理得

$$\begin{aligned} \theta = n_{z_1}^1 \{ \sin \psi [x_0 \cos(\theta + \varphi_1) - y_0 \sin(\theta + \varphi_1)] + \\ p_1(i_{12} - \cos \psi - a i' \cot \psi) - a / \sin \psi \} / \{ p_1^2 \sin \psi \\ [x_0' \sin(\theta + \varphi_1) + y_0' \cos(\theta + \varphi_1)] \} \end{aligned} \quad (11)$$

前面已知, 从式(9)可解得 $u = u(\theta + \varphi_1)$, 代入上式即可由 u 值解得 θ 值, 即 $\theta = \theta(u)$. 因此, 在转角 φ_1 为某一定值时, 能满足式(9)与式(11)的解只有一组 (u, θ) 值, 至此, 证明了两齿面 Σ^1 与 Σ^1 在空间是点接触啮合的。

2.2 两齿面 Σ^1 与 Σ^1 的空间啮合线方程

利用坐标变换 $S_1 \rightarrow S$, 空间啮合线方程式为

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 = \\ & x_0 \cos(\theta + \varphi_1) - y_0 \sin(\theta + \varphi_1) \\ y &= x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1 = \\ & x_0 \sin(\theta + \varphi_1) + y_0 \cos(\theta + \varphi_1) \\ z &= z_1 = p_1 \theta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式(9)与式(11)代入,其中就只有一个 u 参数,即每一转角 φ_1 值,就可由式(9)与式(11)求得相应的一组 (u, θ) 值,这样便在空间确定一个接触点.随着两齿面的共轭运动,转角 φ_1 也在不断改变,因此可得到一系列 (u, θ) 值,这样便在空间形成一条啮合线.

3 圆柱蜗杆齿面方程

利用坐标变换 $S_1 \rightarrow S_2$, 圆柱蜗杆齿面 Σ^1 的方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= (x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 - a) \cos \varphi_2 + \\ & [(x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1) \cos \psi + \\ & z_1 \sin \psi] \sin \varphi_2 \\ y_2 &= (-x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1 + a) \sin \varphi_2 + \\ & [(x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1) \cos \psi + \\ & z_1 \sin \psi] \cos \varphi_2 \\ z_2 &= -(x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1) \sin \psi + \\ & z_1 \cos \psi - l_2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: φ_2 为在修磨轮转过 φ_1 角的同时蜗杆转过的角度. 据式(3)可知

$$\varphi_1 = i_{12} \varphi_2 + i' l_2$$

所以

$$\varphi_2 = i_{21} (\varphi_1 - i' l_2) \quad (14)$$

由于转角 φ_1 可看作 u 的函数,因此式(13)中的独立参数是 u 与 l_2 两个. 双自由度精化后得到的圆柱蜗杆齿面 Σ^1 是一个螺旋面,这可以得到证明,根据图1所示的坐标系关系,可知

$$\left. \begin{aligned} x_p &= x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 - a \\ y_p &= (x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1) \cos \psi + \\ & z_1 \sin \psi \\ z_p &= -(x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1) \sin \psi + \\ & z_1 \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

因此,蜗杆齿面方程式(13)可改写为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x'_2 \cos(i_{21} i' l_2) - y'_2 \sin(i_{21} i' l_2) \\ y_2 &= x'_2 \sin(i_{21} i' l_2) + y'_2 \cos(i_{21} i' l_2) \\ z_2 &= z'_2 - l_2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} x'_2 &= x_p \cos(i_{21} \varphi_1) - y_p \sin(i_{21} \varphi_1) \\ y'_2 &= -x_p \sin(i_{21} \varphi_1) + y_p \cos(i_{21} \varphi_1) \\ z'_2 &= z_p \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式(15)和式(17)中都只有一个 u 参数,它们代表的是曲线,这样式(16)就是以式(17)为母线绕 z_2 轴作螺旋运动所形成的螺旋面.

设这个螺旋面的螺旋参数为 p_2 ,则由式(16)可得

$$p_2 (-i_{21} i' l_2) = l_2$$

所以

$$i' = -i_{12} / p_2 \quad (18)$$

4 渐开线齿轮形修磨轮精化渐开线圆柱蜗杆

在双自由度运动条件下,如果修磨轮齿面是渐开螺旋面,用它精化出来的蜗杆则是渐开线圆柱蜗杆,这可做进一步证明.

令修磨轮齿面 Σ^1 在坐标系 S_1 中的端截形(渐开线)(图2)方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_0(u) &= r_{b1} \cos u + r_{b1} u \sin u \\ y_0(u) &= r_{b1} \sin u - r_{b1} u \cos u \end{aligned} \right\}$$



图2 修磨轮齿面端截形

Fig. 2 Cross section of dressing gear tooth profile

将上式代入式(7)得到修磨轮齿面 Σ^1 (渐开螺旋面)方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_1(u, \theta) &= r_{b1} \cos(u + \theta) + r_{b1} u \sin(u + \theta) \\ y_1(u, \theta) &= r_{b1} \sin(u + \theta) - r_{b1} u \cos(u + \theta) \\ z_1(u, \theta) &= p_1 \theta \end{aligned} \right\}$$

式中: u, θ 为修磨轮齿面 Σ^1 上两个参数; p_1 为螺旋参数; r_{b1} 为基圆柱半径.

又

$$\left. \begin{aligned} x'_0 &= r_{b1} u \cos u \\ y'_0 &= r_{b1} u \sin u \end{aligned} \right\}$$

修磨轮齿面 Σ^1 上法矢 n^1 的三个分量为

$$\left. \begin{aligned} n_{x_1}^1 &= p_1 r_{b1} u \sin(u + \theta) \\ n_{y_1}^1 &= -p_1 r_{b1} u \cos(u + \theta) \\ n_{z_1}^1 &= r_{b1}^2 u \end{aligned} \right\}$$

把以上诸式代入式(9)中,整理得到

$$\cos(u + \theta + \varphi_1) = \frac{r_{b1}}{\sin \psi} \left(\frac{i_{12}}{p_2} - \frac{\cos \psi}{p_1} \right) \quad (19)$$

上式等号右边是常值,令

$$u + \theta + \varphi_1 = \zeta_1 \text{ (常值)} \quad (20)$$

把以上有关各式代入式(11)中,整理得到

$$\theta = \frac{r_{b1}^2}{p_1^2} u + \theta_0 \quad (21)$$

其中

$$\theta_0 = \frac{1}{p_1^2 \sin \psi \sin \zeta_1} [r_{b1}^2 \sin \psi \cos \zeta_1 + p_1 r_{b1} (i_{12} - \cos \psi) + a p_1 (\cos \zeta_1 \cos \psi - r_{b1} \sin \psi / p_1)] \quad (22)$$

上式中 θ_0 也是一个常值。若联立式(19)与式(21),在转角 φ_1 为某一定值时,可唯一确定一点 (u, θ) 值,表明齿面 Σ^1 与 Σ^1 在空间为点啮合,验证了前述分析。

把以上诸式代入式(12),则空间啮合线方程式为

$$\left. \begin{aligned} x &= r_{b1} (\cos \zeta_1 + u \sin \zeta_1) \\ y &= r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \\ z &= p_1 \theta = r_{b1}^2 u / p_1 + p_1 \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

上式中只有一个参数 u ,而且只有 u 的一次项,所以啮合线是一条空间直线。

把以上诸式代入式(13)中,圆柱蜗杆齿面 Σ^1 的方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= [r_{b1} (\cos \zeta_1 + u \sin \zeta_1) - a] \cos(i_{21} \varphi_1 - i_{21}' l_2) + [r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \cos \psi + p_1 \theta \sin \psi] \sin(i_{21} \varphi_1 - i_{21}' l_2) \\ y_2 &= -[r_{b1} (\cos \zeta_1 + u \sin \zeta_1) - a] \sin(i_{21} \varphi_1 - i_{21}' l_2) + [r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \cos \psi + p_1 \theta \sin \psi] \cos(i_{21} \varphi_1 - i_{21}' l_2) \\ z_2 &= -r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \sin \psi + p_1 \theta \cos \psi - l_2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

上式所表达的不仅仅是一个螺旋面,而且还是一个渐开螺旋面,为了证明之,只需验证其端截形是渐开线即可。因此,令上式中 $z_2 = 0$,则有

$$l_2 = -r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \sin \psi + p_1 \theta \cos \psi = -r_{b1} \sin \zeta_1 \sin \psi + p_1 \theta_0 \cos \psi + r_{b1}^2 i_{12} u / p_2$$

所以

$$\begin{aligned} i_{21} (\varphi_1 - i' l_2) &= i_{21} (\zeta_1 - \theta_0) + (p_1 \theta_0 \cos \psi - r_{b1} \sin \zeta_1 \sin \psi) / p_2 + r_{b1}^2 i_{12} u / p_2 - \\ & \quad (1 + r_{b1}^2 / p_1^2) i_{21} u = C - u' \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} C &= i_{21} (\zeta_1 - \theta_0) + (p_1 \theta_0 \cos \psi - r_{b1} \sin \zeta_1 \sin \psi) / p_2 \\ u' &= [(1 + r_{b1}^2 / p_1^2) i_{21} - r_{b1}^2 i_{12} / p_2] u \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中 C 为一个常值。

这样,圆柱蜗杆齿面 Σ^1 的端截形方程式就成为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= [r_{b1} (\cos \zeta_1 + u \sin \zeta_1) - a] \cos(C - u') + [r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \cos \psi + p_1 \theta \sin \psi] \sin(C - u') \\ y_2 &= -[r_{b1} (\cos \zeta_1 + u \sin \zeta_1) - a] \sin(C - u') + [r_{b1} (\sin \zeta_1 - u \cos \zeta_1) \cos \psi + p_1 \theta \sin \psi] \cos(C - u') \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

下面通过变换参数做进一步证明,令

$$\left. \begin{aligned} \sin \zeta_1 &= b \sin \zeta_2 \\ \cos \zeta_1 \cos \psi - r_{b1} \sin \psi / p_1 &= b \cos \zeta_2 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

上述变换中,等式左边都是常值,所以 b 及 ζ_2 也是常值,把上面两等式平方相加,削去 ζ_2 ,并代入式(19),可以求得 b 值。

$$b^2 = 1 + r_{b1}^2 / p_1^2 - r_{b1}^2 i_{12}^2 / p_2^2 = u' / (i_{21} u) \quad (29)$$

将式(28)代入式(22)中, θ_0 的表达式变换为

$$\theta_0 = \frac{r_{b1}}{p_1 \sin \psi \sin \zeta_1} [i_{21} - \cos \psi + \frac{r_{b1} \sin \psi \cos \zeta_1}{p_1} + \frac{ab \cos \zeta_2}{r_{b1}}] \quad (30)$$

把式(21)、式(28)至式(30)代入式(27)中,计算并整理得

$$\begin{aligned} x_2 &= (r_{b1} \cos \zeta_1 - a) \cos(C - u') + (r_{b1} \sin \zeta_1 \cos \psi + p_1 \theta \sin \psi) \sin(C - u') + r_{b1} u [\sin \zeta_1 \cos(C - u') - \cos \zeta_1 \cos \psi \sin(C - u') + r_{b1} \sin \psi \sin(C - u') / p_1] = \\ & \quad \frac{r_{b1} i_{12}}{b} \cos(\zeta_2 - C + u') + \frac{r_{b1} i_{12}}{b} [u' + \\ & \quad \frac{b^2 i_{21} (r_{b1} \cos \zeta_1 - a - \frac{r_{b1}}{b} i_{12} \cos \zeta_2)}{r_{b1} \sin \zeta_1}] \sin(\zeta_2 - C + u') \end{aligned} \quad (31)$$

同样可以得到

$$y_2 = \frac{r_{b1} i_{12}}{b} \sin(\zeta_2 - C + u') - \frac{r_{b1} i_{12}}{b} [u' +$$

$$\frac{b^2 i_{21} (r_{b1} \cos \zeta_1 - a - \frac{r_{b1} i_{12} \cos \zeta_2}{b})}{r_{b1} \sin \zeta_1}] \cos (\zeta_2 - C + u') \quad (32)$$

可以看出,以上两式中只有参数 u' ,其余都是常值.经与标准渐开线方程式比较,式(31)与式(32)所表达的确实是一条渐开线,它的基圆柱半径 r_{b2} 为

$$r_{b2} = r_{b1} i_{12} / b$$

而这条渐开线起始点处的半径与 x_2 轴的夹角 σ_0 为

$$\sigma_0 = \zeta_2 - C - b^2 i_{21} (r_{b1} \cos \zeta_1 - a - \frac{r_{b1} i_{12} \cos \zeta_2}{b}) / (r_{b1} \sin \zeta_1)$$

5 结 论

1) 齿轮形修磨轮双自由度精化圆柱蜗杆是以点接

触啮合的,其啮合线是一条空间直线;

2) 渐开线齿轮形修磨轮可精化出渐开线圆柱蜗杆,其基圆柱半径 $r_{b2} = r_{b1} i_{12} / b$,螺旋参数 $p_2 = i_{12} / i'$;

3) 通过修磨轮齿形的特殊设计与制造,该方法也可用于精化其它齿形的圆柱蜗杆.

参考文献:

[1] 王树人. 圆弧圆柱蜗杆传动[M]. 天津:天津大学出版社, 1991.
 [2] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京:机械工业出版社, 1982.
 [3] 詹东安. 交错轴渐开线型共轭副的啮合理论及应用研究[D]. 西安:西安交通大学机械工程学院, 1998.

THEORETICAL STUDY OF FINISH ENVELOPING CYLINDRICAL WORMS BASED ON HIGH PRECISION DRESSING GEARS

ZHAN Dong-an¹, WANG Shu-ren¹, LIU Hong-bin¹,
YANG Cheng², YU Wei-lian², LU Jun-xiu²

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Hebei Electric Motor Ltd, Shijiazhuang 050021, China)

Abstract: A new method is proposed, in which a cylindrical worm is ground by a dressing gear under the condition of two degrees of freedom movement. By means of the gear meshing theory, the theoretical study on the method is carried out. Some formulas for meshing analyses are derived. A conclusion is proved theoretically that an involute helicoid worm can be ground by an involute dressing gear. Through the special tooth profile of the dressing gears being designed and made, the cylindrical worms with other tooth profile could be ground in this way. The method has a higher machining efficiency and lower production cost.

Keywords: dressing gear; cylindrical worm; two degrees of freedom; meshing analysis