

至多为有限集,那么  $x^{(*)}$ . 必在  $P_n C$  中的某个真射影子空间中.

利用定理 2 我们能够容易得到下列的 Picard 大定理.

**定理 3** 设  $H_1, \dots, H_{n+2}$  是在  $P_n C$  中具有普通位置的超平面;  $x: C^n \rightarrow P_n C$  是超越的全纯映射;

而且在某些点是非奇异的;那么  $x(C^n)$  必与  $H_1, \dots, H_{n+2}$  中的某个的交集是无限集:

作者衷心感谢陈志华教授的帮助.

叶 专

(华东师范大学数学系,上海)

## 一类退化抛物型方程的自由边界问题

本文提出一类退化抛物型方程的自由边界问题,并对其适定性作了讨论,给出如下结果.

1. 问题:

$$u_t = (a(u)u_x)_x, 0 < x < h(t), t > 0. \quad (1)$$

$$a(u(0, t))u_x(0, t) = -g(t), 0 < t \leq T, \quad (2)$$

$$u(h(t), t) = 0, 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow h(t)-0} a(u(x, t))u_x(x, t) = -h'(t), 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

其中  $a(s) \in C^0[0, \infty) \cap C^\infty(0, \infty)$ ,  $a(s) \geq 0$  (等号仅在  $s = 0$  时成立), 有  $\delta > 0$ , 使得当  $s \in [0, \delta_0)$  时  $a(s)$  严格单调增加;  $g(t) \in C^{(1)}(0, T]$ ,  $g(t) \geq 0$ ,  $g(0) = 0$ ,  $\int_0^t g(\tau) d\tau > 0 \forall t \in (0, T]$ .

2. 定义 一对实非负函数  $(u(x, t), h(t))$  称为问题(1)–(4)之“弱”解, 如果它们满足:

(1)  $h(t)$  为  $[0, T]$  上的单调增加的 Lipschitz 连续函数,  $h(0) = 0$ ;

(2) 记  $R_h = \{(x, t) | 0 < x < h(t), 0 < t < T\}$ , 则

$u(x, t), A(u(x, t))$  在  $R_h$  上连续;  $u(h(t), t) = 0$ , 且  $A(u)$  在  $R_h$  内存在对  $x$  的有界广义导数, 其中

$$A(s) = \int_0^s a(r) dr;$$

$$(3) h(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau - \int_0^{h(t)} u(x, t) dx, \forall t \in [0, T].$$

(4)  $u(x, t), h(t)$  满足积分恒等式:

$$\iint_{R_h} [\phi_x(A(u))_x - \phi_t u] dx dt = \int_0^T [\phi(0, t)g(t) - \phi(h(t), t)h'(t)] dt;$$

其中  $\phi(x, t)$  为任意在  $\bar{R}_h$  上连续, 在  $t = T$  上为零且在  $R_h$  内存在一阶可积的广义导数的函数.

3. 定理 在问题(1)–(4)的假设之下, 该问题存在唯一的如定义所述的弱解.

谢鸿政

(哈尔滨工业大学应用数力系)

## 非稳态轴对称度规的坐标变换\*

非稳态轴对称度规可表为

$$ds^2 = e^{2\nu}(dx^0)^2 - e^{2\psi}(dx^1 - q_2 dx^2 - q_3 dx^3 - \omega dx^0)^2 - e^{2\mu_2}(dx^2)^2 - e^{2\mu_3}(dx^3)^2, \quad (1)$$

其中  $\nu, \psi, \mu_2, \mu_3, \omega, q_2$  和  $q_3$  是  $(x^0, x^2, x^3)$  的函数,  $x^1 \equiv \varphi$  是绕轴的转角.

作坐标变换  $x^\mu = \Lambda^{\mu'}_{\mu} x^{\mu'}$  ( $\mu, \mu' = 0, 1, 2, 3$ ),

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} e^{2\nu} - e^{2\psi}\omega^2 & e^{2\psi}\omega & -e^{2\psi}q_2\omega & -e^{2\psi}q_3\omega \\ e^{2\psi}\omega & -e^{2\psi} & e^{2\psi}q_2 & e^{2\psi}q_3 \\ -e^{2\psi}q_2\omega & e^{2\psi}q_2 & -e^{2\psi}q_2^2 - e^{2\mu_2} & -e^{2\psi}q_2q_3 \\ -e^{2\psi}q_3\omega & e^{2\psi}q_3 & -e^{2\psi}q_2q_3 & -e^{2\psi}q_3^2 - e^{2\mu_3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $\Lambda^{\mu'}_{\mu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ f_{,0} & 1 & f_{,2} & f_{,3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$

则度规张量的变换为

$$g_{\mu'\nu'} = \Lambda^{\mu}_{\mu'} \Lambda^{\nu}_{\nu'} g_{\mu\nu}$$

$$= \begin{bmatrix} g_{00} + g_{10}f_{,0} + (g_{01} + g_{11}f_{,0})f_{,0} & g_{01} + g_{11}f_{,0} & g_{02} + g_{20}f_{,0} + (g_{01} + g_{11}f_{,2})f_{,0} & g_{03} + g_{13}f_{,0} + (g_{01} + g_{11}f_{,3})f_{,0} \\ g_{10} + g_{11}f_{,0} & g_{11} & g_{12} + g_{11}f_{,2} & g_{13} + g_{11}f_{,3} \\ g_{20} + g_{10}f_{,2} + (g_{21} + g_{11}f_{,2})f_{,0} & g_{21} + g_{11}f_{,2} & g_{22} + g_{12}f_{,2} + (g_{21} + g_{11}f_{,2})f_{,2} & g_{23} + g_{13}f_{,2} + (g_{21} + g_{11}f_{,2})f_{,3} \\ g_{30} + g_{10}f_{,3} + (g_{31} + g_{11}f_{,3})f_{,0} & g_{31} + g_{11}f_{,3} & g_{32} + g_{12}f_{,3} + (g_{31} + g_{11}f_{,3})f_{,2} & g_{33} + g_{13}f_{,3} + (g_{31} + g_{11}f_{,3})f_{,3} \end{bmatrix}.$$

\*国家教委基金资助项目(020007/840077).

将(2)式代入(4)式,得

$$g_{\mu'\nu'} = \begin{bmatrix} e^{2\nu} - e^{2\psi}(\omega - f_{,0})^2 & e^{2\psi}(\omega - f_{,0}) & -e^{2\psi}(q_2 - f_{,2})(\omega - f_{,0}) & -e^{2\psi}(q_3 - f_{,3})(\omega - f_{,0}) \\ e^{2\psi}(\omega - f_{,0}) & -e^{2\psi} & e^{2\psi}(q_2 - f_{,2}) & e^{2\psi}(q_3 - f_{,3}) \\ -e^{2\psi}(q_2 - f_{,2})(\omega - f_{,0}) & e^{2\psi}(q_2 - f_{,2}) & -e^{2\psi}(q_2 - f_{,2})^2 - e^{2\mu_2} & -e^{2\psi}(q_3 - f_{,3})(q_2 - f_{,2}) \\ -e^{2\psi}(q_3 - f_{,3})(\omega - f_{,0}) & e^{2\psi}(q_3 - f_{,3}) & -e^{2\psi}(q_3 - f_{,3})(q_2 - f_{,2}) & -e^{2\psi}(q_3 - f_{,3})^2 - e^{2\mu_3} \end{bmatrix} \quad (5)$$

而由(2)式有

$$g_{\mu'\nu'} = \begin{bmatrix} e^{2\nu'} - e^{2\psi'}\omega'^2 & e^{2\psi'}\omega' & -e^{2\psi'}q'_2\omega' & -e^{2\psi'}q'_3\omega' \\ e^{2\psi'}\omega' & -e^{2\psi'} & e^{2\psi'}q'_2 & e^{2\psi'}q'_3 \\ -e^{2\psi'}q'_2\omega' & e^{2\psi'}q'_2 & -e^{2\psi'}q'^2_2 - e^{2\mu'_2} & -e^{2\psi'}q'_2q'_3 \\ -e^{2\psi'}q'_3\omega' & e^{2\psi'}q'_3 & -e^{2\psi'}q'_2q'_3 & -e^{2\psi'}q'^2_3 - e^{2\mu'_3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

结论:在上述坐标变换下,非稳态轴对称度规  $g_{\mu\nu}$  的变换规律为

1.  $g_{11}$  不变;

2.  $g_{i'1'} = g_{i1} + g_{11}f_{,i}$  ( $i = 0, 2, 3$ , 下同)。这与 S. Chandrasekhar 的《The Mathematical Theory of Black Holes》一书中的第 72 页的(40)式(Oxford University Press, 1983)的结果一致;

3. 不仅  $g_{i1}$  变化,而且除  $g_{11}$  以外  $g_{\mu\nu}$  的其他分量也发生变化。这对 Chandrasekhar 的结果作了修正;

4. 将(5)式与(6)式比较,则得到  $g_{\mu\nu}$  变换为  $g_{\mu'\nu'}$  的一般规律为

$$\nu' = \nu, \psi' = \psi, \mu'_2 = \mu_2, \mu'_3 = \mu_3, q'_i = q_i - f_{,i} \quad (7)$$

其中,  $q_0 \equiv \omega$ , 即  $q'_0 \equiv \omega'$ 。

5. 将  $dx^i = dx^{i'}$  ( $i = 0, 2, 3$ ) 及  $dx^1 = dx^{1'} + f_{,0}dx^{0'} + f_{,2}dx^{2'} + f_{,3}dx^{3'}$  直接代入(1)式,与其比较,亦可得(7)式。

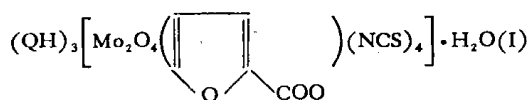
6. 经此修正后,预计在非零角动量恒星的自引力坍缩(例如坍缩为 Kerr 黑洞)的动力学方面将可能得到新的结果。

张镇九 史军

(华中师范大学物理系,武汉)

## (QH)<sub>3</sub> [Mo<sub>2</sub>O<sub>4</sub> ( ) (NCS)<sub>4</sub> ] · 2H<sub>2</sub>O 和 (QH)<sub>3</sub> [Mo<sub>2</sub>O<sub>4</sub> (CH<sub>3</sub>OH) (NCS)<sub>5</sub> ] 的晶体和分子结构

已经报道的双桥型双核钼(V)簇化合物的晶体结构,其成簇的两个 Mo 原子的配位环境基本上都是对称的。本文利用不对称的  $\alpha$ -呋喃甲酸和甲醇分别与 (QH)<sub>3</sub>[Mo<sub>2</sub>O<sub>4</sub>(NCS)<sub>6</sub>] 反应,得到



和 (QH)<sub>3</sub>[Mo<sub>2</sub>O<sub>4</sub>(CH<sub>3</sub>OH)(NCS)<sub>5</sub>] (II) 两个不对称的钼配位环境的化合物。

两个晶体在 CAD-4 四圆衍射仪上,用 MoK $\alpha$  射线进行三维衍射实验。结构测定的计算工作是在配有 SDP 程序包的 PDP11/70 计算机上进行。用全矩阵最小二乘方修正程序,对所有非氢原子进行原子坐标和各向异性温度因子修正。算得偏离因子 R 分别为 0.079 和 0.080。

(I) 和 (II) 化合物的簇络构型和其他双桥型双核钼(V)簇化合物相似,由共享二个桥氧 O<sub>b</sub> 的一对扭曲八面体组成, Mo-Mo 之间存在金属键。在 (I) 结构中,呋喃甲酸的羧基在端基氧对位以桥的形式分别与二个钼原子螯合形成共轭的五员环,其连结的呋喃环呈不对称配布。在 (II) 结构中, CH<sub>3</sub>OH 取代了反应物中处于端基氧对位的 NCS<sup>-</sup> 配体,该化合物的红外光谱在 1380 cm<sup>-1</sup> 处出现甲基对称弯曲振动峰也证实了这一点。这是目前唯一的端基氧对位具有不同配位基团的双氧桥双核钼结构。甲醇的 O 原子与 Mo 配位,其配位角 Mo—O—C 为 129.0° 接近 120°,说明 CH<sub>3</sub>OH 的氧是以 sp<sup>2</sup> 杂化轨道的孤对电子与 Mo 原子成键。Mo—Mo 键长 2.591 Å 比一般的双氧桥双核钼的距离大些,这是受 CH<sub>3</sub>OH 配位空间效应的影响。两个 Mo 原子向端氧方向移出赤道