

Evaluation Only. Created with Aspose.Words. Copyright 2003-2013 Aspose Pty Ltd.

# 基于 Rife-Vincent 窗的高准确度电力谐波相量计算方法

曾博 滕召胜 高云鹏 王一  
(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

**摘要** 非同步采样时,快速傅里叶变换应用于谐波分析容易造成频谱泄露和栅栏效应,影响谐波相量计算的准确度。分析 Rife-Vincent 窗的旁瓣特性,提出一种基于 5 项 Rife-Vincent(I)窗双谱线插值 FFT 的谐波相量计算方法。与传统窗函数相比,5 项 Rife-Vincent(I)窗具有更好的频谱泄露抑制特性,而双谱线插值算法能够对栅栏效应进行有效修正。仿真实验结果表明,在非同步采样条件下,提出的方法适合于非线性电路谐波相量分析,22 次复杂谐波电流信号的频率计算相对误差仅为  $5.7 \times 10^{-11}\%$ ,幅值计算相对误差  $\leq 5.3 \times 10^{-7}\%$ ,初相位计算相对误差  $\leq 3.1 \times 10^{-6}\%$ 。

**关键词:** 谐波相量 Rife-Vincent 窗 非同步采样 快速傅里叶变换  
**中图分类号:** TM935

## An Accurate Approach for Power Harmonic Phasor Calculation Based on Rife-Vincent Window

Zeng Bo Teng Zhaosheng Gao Yunpeng Wang Yi  
(Hunan University Changsha 410082 China)

**Abstract** When using the fast Fourier transform (FFT) for harmonic analysis in the non-coherent sampling, it suffers from two drawbacks: the spectral leakage and picket fence effect, and the harmonic phasor cannot be obtained accurately. The side-lobe characteristics of Rife-Vincent windows are analyzed and an approach for harmonic phasor calculation based on the five term Rife-Vincent(I) window interpolation FFT is proposed. Compared with the traditional window function, the five term Rife-Vincent(I) window with a better curb ability to the spectral leakage, and the picket fence effect can be modified by the double-spectrum-line interpolation algorithm. The simulation results show that, the approach presented in this paper is adapted for the harmonic phasor analysis in the nonlinear circuit, and by using the approach in the non-coherent sampling conditions, the errors of calculating frequency of 22 order harmonics is  $5.7 \times 10^{-11}\%$ , as well as that of calculating amplitudes and phases are no more than  $5.3 \times 10^{-7}\%$  and  $3.1 \times 10^{-6}\%$ .

**Keywords:** Harmonic phasor, Rife-Vincent window, non-coherent sampling, fast Fourier transform

统的电压和电流特性不断复杂化，电能的谐波污染日益严重<sup>[1]</sup>。谐波相量的准确分析有利于电能质量的评估以及谐波潮流计算。

快速傅里叶变换（FFT）是目前谐波测量仪器中广泛应用的基本理论依据。但电网频率并非恒定值，且被测信号中可能存在间谐波<sup>[2]</sup>，离散锁相环技术<sup>[3]</sup>或者修正采样频率法<sup>[4]</sup>，都难以在实际处理过程中严格实现同步采样，由此造成频谱泄漏和栅栏效应，导致信号频率、幅值计算不准，尤其是相位计算误差较大，无法满足计算精度的要求。加窗插值 FFT 算法<sup>[5-13]</sup>在一定程度上提高了谐波相量计算的准确度，但仍存在计算精度低、计算量大等缺点，特别是在分析计算复杂谐波相量时存在较大误差。自适应的调整数据窗长度<sup>[14]</sup>，可以提高频率计算结果的准确性，但计算量很大。变间隔采样法<sup>[15]</sup>的测量结果比较准确，但硬件控制及采样数据的存储计算都尚未完全解决。

本文在分析 Rife-Vincent 窗<sup>[16]</sup>旁瓣特性的基础上提出基于 5 项 Rife-Vincent(I)窗双谱线插值 FFT 的谐波相量计算方法。对 22 次复杂谐波电流信号的仿真结果表明，在非同步采样条件下，本文提出的方法能有效消除各谐波间的相互干扰，提高谐波相量(特别是相位)的计算准确度。

## 2 Rife-Vincent 窗及其旁瓣特性

Rife-Vincent 窗属于一种余弦组合窗，其离散时域一般表示为

$$w(n) = \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l a_l \cos\left(\frac{2\pi ln}{N}\right) \quad n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (1)$$

式中， $L$  表示窗函数的项数； $a_l$  满足约束条件

$$\sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l a_l = 0. \text{ 由式 (1) 可得 Rife-Vincent 窗的离$$

散频谱函数为

$$W(\omega) = \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l \frac{a_l}{2} \left[ W_R\left(\omega - \frac{2\pi l}{N}\right) + W_R\left(\omega + \frac{2\pi l}{N}\right) \right] \quad (2)$$

式中， $W_R(\cdot)$  为矩形窗的频谱函数，表达式为

$$W_R(\omega) = \frac{\sin(N\omega/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j(N-1)\omega/2} \quad (3)$$

表 1 给出了 Rife-Vincent (简称 RV) 窗函数的系数，其对应的归一化对数频谱如图 1 所示。其中，RV(I)- $l$  表示  $l$  项 Rife-Vincent(I)窗。可以看出，

5 项 Rife-Vincent(I)窗的旁瓣渐近衰减速率为 30dB/oct，旁瓣峰值电平达到了 -74.5dB，其旁瓣特性最佳，适合于对谐波信号的加窗处理。

表 1 Rife-Vincent 窗函数系数

Tab. 1 Coefficients of Rife-Vincent windows

窗函数	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
RV(I)-3	1	1.333 33	0.333 33	—	—
RV(III)-3	1	1.196 85	0.196 85	—	—
RV(I)-4	1	1.5	0.6	0.1	—
RV(III)-4	1	1.435 96	0.497 54	0.061 58	—
RV(III)-5	1	1.566 27	0.725 448	0.180 645	0.017 921
RV(I)-5	1	1.6	0.8	0.228 57	0.028 57

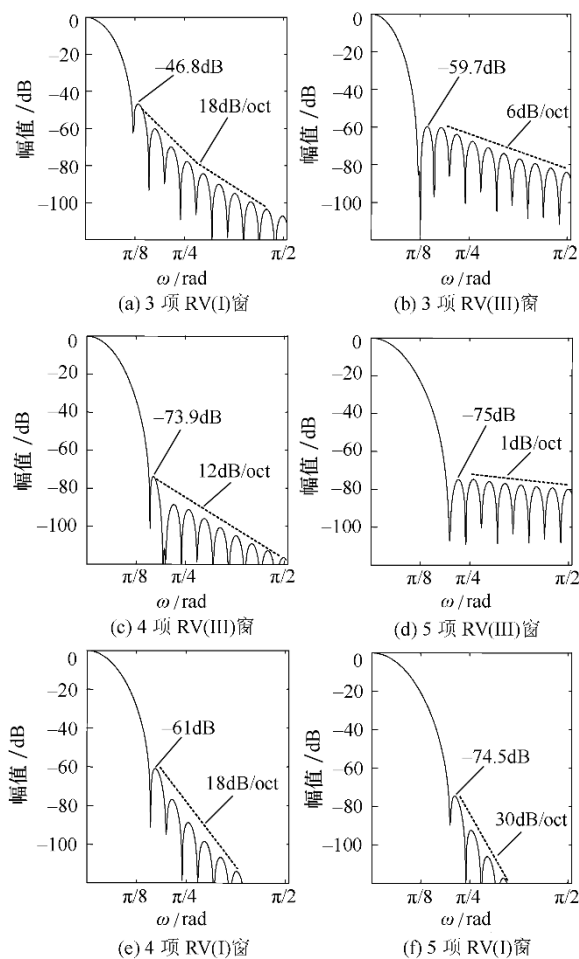


图 1 Rife-Vincent 窗的归一化对数频谱

Fig.1 Normalized logarithm spectrum of Rife-Vincent windows

### 3 基于 Rife-Vincent 窗插值 FFT 的谐波 相量计算方法

主要包括对谐波信号加窗、离散傅里叶变换以及双谱线插值 FFT 运算等步骤,各部分执行的内容如下:

(1) 信号加窗。对采样后的离散信号进行加 Rife-Vincent 窗运算,获得长度为  $N$  的序列。

(2) 离散傅里叶变换。对长度为  $N$  的序列进行离散傅里叶变换,得到被 Rife-Vincent 窗截断后的离散频谱。

(3) 双谱线插值 FFT 运算。对离散频谱进行插值处理,结合 Matlab 中的多项式拟合函数 ployfit 以及 Rife-Vincent 窗的频谱函数插值获取谐波信号的相量(信号的频率、基波及各次谐波的幅值和初相位)。

以包含多项整数次谐波分量的时域信号  $x(t)$  为例进行分析,可得

$$x(t) = \sum_{h=1}^H A_h \sin(2\pi r_h f_0 t + \varphi_h) \quad (4)$$

式中,  $H$  为最高谐波次数;  $r_h$  代表谐波的次数;  $h=1$  时,  $r_h=1$ ,  $f_0$ 、 $A_1$ 、 $\varphi_1$  分别为基波的频率、幅值和初相位;  $h \neq 1$  时,  $r_h$ 、 $A_h$ 、 $\varphi_h$  分别为第  $h$  项谐波的次数、幅值和初相位。经过采样率为  $f_s$  的数据采集系统后得到的离散序列为

$$x(n) = \sum_{h=1}^H A_h \sin(2\pi r_h f_0 n / f_s + \varphi_h) \\ = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2} \left[ e^{j(2\pi r_h f_0 n / f_s + \varphi_h)} - e^{-j(2\pi r_h f_0 n / f_s + \varphi_h)} \right] \quad (5)$$

加窗处理时,由于窗函数的幅值谱特性类似于低通滤波器,截止频率约为窗谱主瓣宽度的一半,因此当  $r_h f_0$  大于此截止频率时,正负频点间的相互影响极小。忽略负频点旁瓣的影响,对信号  $x(n)$  加 Rife-Vincent 窗后的离散傅里叶变换为

$$X_W(k) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} e^{j\varphi_h} W \left[ \frac{2\pi(k - k_h)}{N} \right] \quad (6)$$

式中,  $W(\cdot)$  是 Rife-Vincent 窗的连续频谱函数。

不失一般性,设需要测量的为第  $i$  ( $i \leq H$ ) 次谐波,为简单起见,忽略其余各次谐波对第  $i$  次谐波的泄漏影响,此时,式(6)变为

$$X'_W(k) = \frac{A_i}{2j} e^{j\varphi_i} W \left[ \frac{2\pi(k - k_i)}{N} \right] \quad (7)$$

对于第  $i$  次谐波(考虑  $i$  为正整数,取  $r_h=i$ ),在同步采样情况下,第  $i$  次谐波对应的谱线为第  $k_i$  根,  $X'_W(k_i)$  反映了第  $i$  次谐波的幅值和初相角。非同步采样时,由于栅栏效应,第  $i$  项谐波的峰值频率很难正好位于抽样频点上,即  $k_i$  一般不是整数。设在峰值频点附近抽样得到的幅值最大和次最大谱线分别为  $k_{i1}$  和  $k_{i2}$ ,  $k_{i1} \leq k_i \leq k_{i2} (=k_{i1}+1)$ , 其对应的幅值

$$\psi_1、\psi_2 \text{ 分别为 } \psi_1 = |X'_W(k_{i1})| \text{ 和 } \psi_2 = |X'_W(k_{i2})|。$$

由于  $0 \leq k_i - k_{i1} \leq 1$ , 引入辅助参数  $\lambda = k_i - k_{i1} - 0.5$  ( $\lambda \in [-0.5, 0.5]$ ), 设  $\xi = (\psi_2 - \psi_1) / (\psi_2 + \psi_1)$ , 则由式(7)经过变量代换得

$$\xi = \frac{|W(2\pi(-\lambda + 0.5)/N)| - |W(2\pi(-\lambda - 0.5)/N)|}{|W(2\pi(-\lambda + 0.5)/N)| + |W(2\pi(-\lambda - 0.5)/N)|} \quad (8)$$

式(8)可记为  $\xi = f(\lambda)$ , 其反函数为  $\lambda = f^{-1}(\xi)$ 。

设  $w = 2\pi k/N$ , 由式(2)得

$$W(2\pi k/N) = \sin \pi k \cdot e^{-j\pi k} \cdot$$

$$\left[ \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l \frac{a_l}{2} \frac{\sin(2\pi k/N)}{\sin(\pi(k-l)/N) \sin(\pi(k+l)/N)} \right] \quad (9)$$

将  $k = -\lambda \pm 0.5$  代入式(9), 由于

$|\lambda \pm 0.5| \leq 1$ , 且  $N$  一般较大, 因此有

$$\sin[(-\lambda \pm 0.5)\pi/N] \approx (-\lambda \pm 0.5)\pi/N \\ \cos[(-\lambda \pm 0.5)\pi/N] \approx 1$$

式(9)经过变换可得

$$|W(2\pi(-\lambda \pm 0.5)/N)| \approx \\ \left| \frac{N}{\pi} \sin \pi(-\lambda \pm 0.5) \left[ \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l a_l \frac{-\lambda \pm 0.5}{(-\lambda \pm 0.5)^2 - l^2} \right] \right| \quad (10)$$

将式(10)代入式(8),  $\lambda \in [-0.5, 0.5]$  内取一组  $\lambda$  值, 得到一组对应的  $\xi$ , 调用函数 polyfit( $\xi, \lambda, m$ ) 进行多项式反拟合, 可得函数  $\lambda = f^{-1}(\xi)$  的逼近式。其中,  $m$  为拟合逼近多项式的阶数, 一般取  $m=7^{[11-12]}$ 。

$$\lambda = F(\xi) = 4.499\ 999\ 82\xi + 0.000\ 016\ 2\xi^3 - \\ 0.000\ 145\ 76\xi^5 + 0.000\ 129\ 77\xi^7 \quad (11)$$

由  $\xi$  即可求出参数  $\lambda$ , 则第  $i$  次谐波的修正频率计算式为

$$f_i = k_i \Delta f = (\lambda + k_{i1} + 0.5) \Delta f \quad (12)$$

式中,  $\Delta f = f_s/N$  为离散抽样时间间隔。

对  $k_{i1}$  和  $k_{i2}$  两根谱线进行加权平均即可得第

$k_i$  根谱线的修正幅值

$$A_i = \frac{2(\psi_1 + \psi_2)}{\left| W(2\pi(-\lambda + 0.5)/N) \right| + \left| W(2\pi(-\lambda - 0.5)/N) \right|} \quad (13)$$

$N$  值较大时, 式 (14) 可简化为  $A_i = N^{-1}(\psi_1 + \psi_2)v(\lambda)$ , 同理, 调用 `polyfit`( $\lambda, v(\lambda), m$ ) 函数进行多项式逼近, 可得第  $i$  次谐波幅值修正的逼近式为

$$A_i = N^{-1}(\psi_1 + \psi_2)(1.057\ 008\ 64 + 0.210\ 706\ 9\lambda^2 + 0.022\ 376\ 83\lambda^4 + 0.001\ 739\ 72\lambda^6) \quad (14)$$

由式 (7) 和式 (9) 可得第  $i$  项谐波的相位修正公式

$$\varphi_i = \arg[X'_W(k_{it})] + \frac{\pi}{2} - \pi[\lambda - 0.5(-1)^i] \quad (15)$$

式中,  $t=1,2$ 。

## 4 仿真实验

### 4.1 频谱泄漏抑制能力比较

利用文献 [11] 给出的信号模型进行仿真

$$x(n) = \sum_{h=1}^9 A_h \sin(2\pi h f_0 n / f_s + \varphi_h) \quad (16)$$

式中, 考虑到电网频率的波动, 基波频率  $f_0$  取 50.1Hz; 采样频率  $f_s=1500$ Hz; 数据截断长度  $N=512$ 。

式 (16) 信号的原始频谱如图 2 所示。对信号分别加矩形窗、Hanning 窗、Blackman-Harris 窗、Nuttall 窗、Blackman 窗以及 5 项 Rife-Vincent(I)窗后的频谱如图 3 所示。

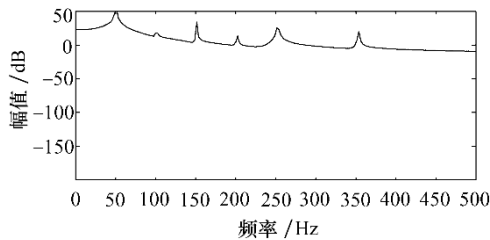


图 2 原始信号的频谱

Fig.2 Magnitude spectra of the simulated signal

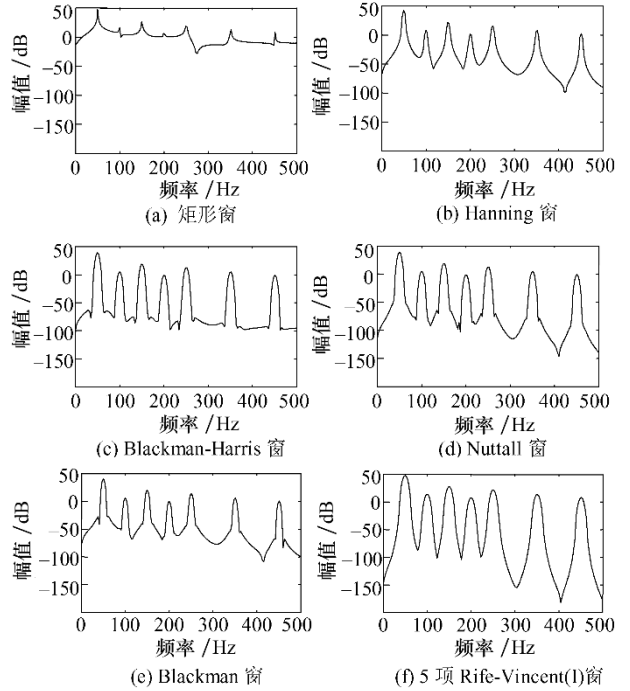


图 3 信号加窗后的频谱

Fig.3 Magnitude spectra of the signal truncated by windows

由图 3 可以看出, 信号加矩形窗后的频谱旁瓣间泄漏仍然很大, 其他窗函数均能够将多频率信号中的各频率分量有效分开, 且信号间的相互泄漏很小, 而加 5 项 Rife-Vincent(I)窗后的旁瓣电平最低且旁瓣衰减速率最快, 具有最佳的频谱泄漏抑制特性。

### 4.2 谐波相量计算误差分析

以 22 次复杂谐波电流信号为例进行仿真分析, 可以得到

$$i(n) = \sum_{h=1}^{22} I_h \cos(2\pi h f_0 n / f_s + \varphi_h) \quad (17)$$

式中, 基波频率  $f_0=50.2$ Hz; 采样频率  $f_s=2500$ Hz; 截断信号的数据长度  $N=1024$ ; 基波和各次谐波电流的幅值  $I_h$ 、初相位  $\varphi_i$  由表 2 给出。

表 2 复杂谐波电流信号的参数

Tab.2 Parameters of the simulated harmonic current signals

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$I_h/A$	1.5	0.15	0.2	0.14	0.18	0.13	0.16	0.11	0.14	0.1	0.11
$\varphi_i(^{\circ})$	2.1	37	20.5	153	-82	101	77	-63	13.9	-49	-41
$h$	12	13	14	15	16						

---

**This document was truncated here because  
it was created using Aspose.Words in  
Evaluation Mode.**