定理 3 说明对于条件中位数的核估计，Bootstrap 方法从大样本意义上来说是可用的.

作者感谢陈希孺教授的指导.

刘志军　涂冬生
(中国科学院系统科学研究所，北京)

语言族的 L 可识性、L 半可识性与 L 强可识性

郭聿琦等建立和讨论了语言族的半可识性和强可识性，给出了积分语言族可识的充要条件. 本文建立和讨论了语言族的 L 可识性、L 半可识性和 L 强可识性，给出了 L 积分语言族的 L 可识、L 半可识和 L 强可识的充分条件.

我们有以下概念和结果

定义 1　若 Σ 上语言族 X 有限可微且 L 自相容，则 X 称为 L 可识的.

定义 2　若 Σ 上语言族 X 为 L 自相容，$G(X)$ 半正则，则 X 称为 L 半可识的.

定义 3　若 Σ 上语言族 X 有限可微且 L 强自相容，则 X 称为 L 强可识的.

定理 1　若 Σ 上语言族 X 为 L 可识，则关于任何 $Lg\subseteq\Sigma^*$，Lg 为 P 语言，L 积分语言族 $\int XdLg$ 为 L 可识.

定理 2　若 Σ 上语言族 X 为 L 半可识，则关于任何 $Lg\subseteq\Sigma^*$，Lg 为 P 语言，L 积分语言族 $\int XdLg$ 为 L 半可识.

定理 3　若 Σ 上语言族 X 为 L 强可识，且 $X\subseteq L(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$，则关于任意 $Lg\subseteq\Sigma^*$，Lg 为 P 语言，L 积分语言族 $\int XdLg$ 为 L 强可识.

显然，当 L 仅取一个字 $\{u\}$ 时，L 积分语言族的 L 可识、L 半可识和 L 强可识的充分条件成为积分语言族的充分条件.

雷忠学
(苏州铁道师范学院数学系)

x-Kdv 方程的不变变换与守恒律

具有松弛效应非均匀介质中的 Kdv 方程为

$$K(u)\equiv u_t+2\beta u+(\alpha+\beta x)u_x-6uu_x+u_{xxx}=0, \tag{1}$$

其中 α, β 为常数，简称方程(1)为 x-Kdv 方程. 我们可得方程 (1) 的包含四个任意参数的不变变换为

$$T:\begin{cases} u(x,t)=c_1e^{-2\beta t}+(1+c_2e^{3\beta t})^{-2/3}\bar{u}(\bar{x},\bar{t}), \\ \bar{x}=(1+c_2e^{3\beta t})^{-1/3}\Big[x+\dfrac{\alpha}{\beta}-\dfrac{\alpha}{\beta}(1+c_2e^{3\beta t})^{1/3}-\dfrac{2c_1}{\beta}e^{-2\beta t}+c_3e^{\beta t}\Big], \\ \bar{t}=t-\dfrac{1}{3\beta}\ln(1+c_2e^{3\beta t})+c_4, \end{cases} \tag{2}$$

其中 $c_i(i=1,2,3,4)$ 是任意常数.

利用方程(1)的单参数不变变换

$$T_\varepsilon:\begin{cases} u(x,t)=\bar{u}(\bar{x},\bar{t})+\dfrac{1}{4\varepsilon^2}e^{-2\beta t} \\ \Big(\text{在(2)式中取 } c_1=\dfrac{1}{4\varepsilon^2},\ c_2=c_3=c_4=0\Big), \\ \bar{x}=x-\dfrac{1}{2\beta\varepsilon^2}e^{-2\beta t}, \\ \bar{t}=t, \end{cases}$$

及 Miura 变换 $u(x,t)=v_x(x,t)+v^2(x,t)$ 有关系式

$$K(\bar{u}(\bar{x},\bar{t}))\xlongequal{T_\varepsilon}K(u(x,t))=\Big(\frac{\partial}{\partial x}+2v\Big)[v_t+\beta v+(\alpha+\beta x)v_x-6v^2v_x+v_{xxx}]. \tag{3}$$

令 $v(x,t)=\varepsilon W(\bar{x},\bar{t})+\dfrac{1}{2\varepsilon}e^{-\beta\bar{t}}$，　则有

$$\bar{u}(\bar{x},\bar{t})=u(x,t)-\frac{1}{4\varepsilon^2}e^{-2\beta t}$$
$$=\varepsilon W_{\bar{x}}(\bar{x},\bar{t})+\varepsilon^2W^2(\bar{x},\bar{t})$$