文章编号: 1000-6788(2001)03-0107-05

公共交通实时放车调度方法研究

黄溅华, 张国伍
(北方交通大学 ITS 研究中心, 北京 100044)

摘要: 在公共交通的运行中, 放车调度是经常使用的一种调度控制手段, 实时放车调度就是要决定哪些车辆应该实施实时放车调度和对被实施放车调度的车辆而言应该有多少车站被实施不停车策略以便使乘客的总费用最小. 本文描述了实时放车调度问题, 重点讨论了 1-放车调度问题的模型以及它的求解, 最后给出了实例进行说明.

关键词: 公共交通; 实时放车调度
中图分类号: U 121　**文献标识码**: A

Study on the Real-time Deadheading in Transit

HUANG Jian-hua, ZHANG Guo-wu
(ITS Research Center, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: This paper proposes the real-time deadheading problem, especially discusses the 1-real-time deadheading problem. Finally, the application example of 1-real-time deadheading problem is given.

Keywords: transit; real-time deadheading

1　前言

智能交通系统(Intelligent Transportation System, 缩写为 ITS) 是解决当今交通问题的新思路, 从美国、日本和欧洲的智能交通系统的发展规划来看, 其中都包括了公共交通运营系统, 用以提高公共交通的可靠性、安全性及其生产效率, 使公共交通对潜在的用户更具有吸引力, 利用计算机技术对车辆及设施的技术状况和服务水平进行实时分析, 通过分析可确定实际运行情况与行车计划的偏差, 为调度人员和驾驶员提供各种可能的解决办法, 将公共交通管理部门同驾驶员直接联接起来, 进行实时调度和行驶路线的调整.

众所周知, 公共交通的服务具有不规则性, 因为它受许多不定因素的影响, 例如乘客分布的随机性、车辆速度、交通事故、气候因素等. 实时调度就是要改善服务水平和提高乘客的舒适度, 也是在原有车辆运营时刻表的条件下使运营费用最小.

2　问题的提出

在公共交通的日常线路运营中, 临时发生的、影响运行的因素是难以意料的. 遇到影响行车时刻表正常实施的情况时, 必须采取临时调度措施, 最大限度地消除突发问题对线路运营所造成的影响, 以弥补可能出现的损失. 采取的临时调度措施, 包括: 调整中途停站次数、调整车辆行驶区段(区间车)、调整行车顺序(倒当)和调整行车间隔等. 其中调整中途停站次数的方法有三种方式: 放车(即空车发出中途载客)、载客放车(本站载客越站停车)、临时大站快车. 本论文就是具体讨论放车这种实时调度措施.

在线路出现较大行车间隔, 若干车辆同时到达首站(或末站), 此时车辆到站时间已超出计划发车时间, 此时必须将其中部分车辆在本站不载客发出. 采用放车的调度方法, 迅速疏散车辆, 尽快恢复线路中途

收稿日期: 1999-09-06

的计划行车间隔, 均衡中途各站待运乘客的候车时间, 避免行车间隔过大, 车辆堆积现象循环出现.

实时放车调度就是要决定哪些车辆应该实施实时放车调度和对被实施放车调度的车辆而言应该有多少车站被实施不停车策略以便使乘客的总费用最小. 在实际运营过程中, 如果连续实施放车调度, 容易招致乘客的不满情绪, 所以尽量不要连续放车两辆以上. 这里只讨论 1-放车调度问题, 也即对一个车辆实施放车调度而对该车的前一车辆和后一车辆均不实施放车调度, 也就是说没有连续两辆车实施放车调度.

在本文中, 为了真实探讨实时放车调度的影响和作用, 而把其它影响因素忽略. 为此本论文假设:

1) 忽略车辆在行驶的过程中司机的因素, 这样不同的车辆在两站之间行驶的时间是一样的;

3) 车辆在车站的停车时间不受候车乘客多少的影响, 假设为常数;

4) 假设各站乘客的到达服从均匀分布, 并设乘客的到达率为常数;

3 符号说明

车站集: $K=\{1,2,\cdots,N\}$, $K_c=\{1,2,\cdots,N-1\}$; 车辆集: $I_m=\{i,i+1,\cdots,i+m-1\}$, $i\le m\le M$; $a_{i,k}$表示车 i 到达站 k 的时间; $d_{i,k}$表示车 i 从站 k 开出的时间; $h_{i,k}$表示车 i 与车 $i-1$ 在站 k 开出时间间隔; R_k 表示从站 $k-1$ 到站 k 的行驶时间; δ 表示车辆到站或出站的减速或加速时间, 如车到站不停车, 则可视为节约的时间; c_0 表示车辆在车站的停车时间; r_k 表示站 k 的乘客到达率; $P_{i,k}$表示车 i 在站 k 乘余的乘客数, 当没有实施控制时, $P_{i,k}=0$; $W_{i,k}$表示乘客在站 k 等待车 i 的时间, 包括两部分, 第一部分是正常到达乘的客(车站 k 处当车辆 i-1 开出后直到车辆 i 到达这段时间内到达的乘客)的等待时间, 另一部分是被前一车辆 $i-1$ 剩下的乘客的等待时间.

$y_{i,k}$表示决策变量

$$y_{i,k}=\begin{cases}1 & \text{如果车辆 } i \text{ 在车站 } k \text{ 停车}\\ 0 & \text{其它情况}\end{cases}$$

当实施放车调度时, 放车段为$[1,k_e]\subset K$, 实施控制的车站$\{k:1\le k\le k_e-1\}$, 受益的车站集为$\{k:k\in K,k_e\le k\le N\}$(也即受益车站段为$[k_e,N]$).

根据上面的假设, 可以得到:

$$a_{i,k}=d_{i,k-1}+R_k+(y_{i,k}+y_{i,k-1})\delta,\ \forall i,k \tag{1}$$

$$d_{i,k}=a_{i,k}+y_{i,k}c_0,\ \ \forall i,k \tag{2}$$

$$P_{i,k}=r(d_{i,k}-d_{i-1,k})(1-y_{i,k}),\ \ \forall i,k \tag{3}$$

我们规定: 以上标"0"表示没有实施控制的变量的数值, 没有上标表示实施控制的变量的数值.

定义 1 车辆是可实行放车的, 如果$[1,k_e]\subset K$, $1<k_e<N$ 且

$$d_{i,k-1}+R_k+(y_{i,k}+y_{i,k-1})\delta\ge d_{i-1,k}+h_0,\ \ \forall k:1\le k\le k_e \tag{4}$$

定义 2 1-放车调度问题就是: 对一个车辆 i, 寻找一个最优放车调度段, 使车辆 i 和 $i+1$ 行驶的总费用(即乘客等行车辆 i 和 $i+1$ 的时间)最小.

定理 1 对实时的 1-放车调度问题而言, 一个车段$[1,k_e]$是车辆 i 的一个可行的放车调度段, 当且仅当下面的不等式成立.

$$a^0_{i,k_e}-(k_e-1)\Delta\ge d^0_{i-1,k_e}+h_0\quad 1<k_e<N \tag{5}$$

其中 $\Delta=c_0+2\delta$ (6)

证明从略. 这个定理实际上就是(4), 说明要保持车辆原来的先后运行秩序.

4 目标函数

实施放车调度的目标就是在一组车辆的运营中, 要让在所有车站的乘客等待这组车辆的时间最小.

根据上面的假设, 目标函数用公式表示为:

$$g(y)=\sum_{i\in I_m}\sum_{k\in K_c}W_{i,k}=\sum_{i\in I_m}\sum_{k\in K_c}\left(\frac{rh^2_{i,k}}{2}+P_{i-1,k}h_{i,k}\right)$$

$$= \sum_{k\in K_c}\sum_{i\in I_m}\left(\frac{r(d_{i,k}-d_{i-1,k})^2}{2}+r(d_{i,k}-d_{i-1,k})(d_{i-1,k}-d_{i-2,k})(1-y_{i-1,k})\right) \tag{7}$$

$$f(y)=\frac{g(y)}{r}=\sum_{k\in K_c}\sum_{i\in I_m}\left(\frac{(d_{i,k}-d_{i-1,k})^2}{2}+(d_{i,k}-d_{i-1,k})(d_{i-1,k}-d_{i-2,k})(1-y_{i-1,k})\right)$$

其中 $P_{0,k}=0$

当车辆 i-1, i 和 $i+1$ 都没有实施放车调度时, 实时放车调度问题的总费用(第 1 辆车到第 $i+1$ 辆车总费用)是:

$$f_i^0=\sum_{j=1}^{i+1}\sum_{k=1}^{N-1}\frac{(d_{j,k}^0-d_{j-1,k}^0)^2}{2} \tag{9}$$

它是一个常数．

当对车辆 i 实施放车段为$[1, K_e]$的放车调度时, 实时放车调度问题的总费用(第 1 辆车到第 $i+1$ 辆车总费用)是:

$$f_i^0(y_i)=\sum_{j=1}^{i+1}\sum_{k=1}^{N-1}\frac{d_{j,k}-d_{j-1,k})^2}{2}+\sum_{k=1}^{K_e}(d_{i,k}-d_{i-1,k}^0)(d_{i+1,k}^0-d_{i,k}) \tag{10}$$

$$f_i(K_e)=f_i(y_i)-f_i^0=\sum_{k=1}^{K_e}(d_{i,k}-d_{i-1,k}^0)(d_{i+1,k}^0-d_{i,k})$$

$$+\sum_{k=1}^{N-1}\frac{[(d_{i,k}-d_{i-1,k}^0)^2+(d_{i+1,k}^0-d_{i,k})^2-(d_{i,k}^0-d_{i-1,k}^0)^2-(d_{i+1,k}^0-d_{i,k}^0)^2]}{2} \tag{11}$$

$h_j^0=d_{j,k}^0-d_{j-1,k}^0$, $j=i, i+1$, h_j^0 不随 k 而变化, 可以以 $k=1$ 时来计算．

令 $n=K_e-1$ 表示实施放车的车站数, 当 $k>K_e$ 时, h_j^0 减少了 $\Delta h_i=n(c_0+2\delta)=n\Delta$

令 $h_{i,k}=d_{i,k}-d_{i-1,k}^0$, $h_{i+1,k}=d_{i+1,k}^0-d_{i,k}$

$$f_i(K_e)=\sum_{k=1}^{K_e-1}\left[h_{i,k}h_{i+1,k}+\frac{(h_{i,k}^2+h_{i+1,k}^2-(h_{i,k}^0)^2-(h_{i+1,k}^0)^2}{2}\right]+\sum_{k=K_e}^{N-1}\frac{h_{i,k}^2+h_{i+1,k}^2-(h_{i,k}^0)^2-(h_{i+1,k}^0)^2}{2}$$

$$=\sum_{k=1}^{K_e-1}h_{i,k}^0h_{i+1,k}^0+(N-n-1)n\Delta(h_{i+1}^0-h_i^0+n\Delta)$$

$$=nh_i^0h_{i+1}^0+(N-n-1)n\Delta(h_{i+1}^0-h_i^0+n\Delta) \tag{12}$$

设　$a=h_i^0-h_{i+1}^0$, $b=h_i^0h_{i+1}^0$,　(13)

$$f_i(n)=f_i(K_e)=nb-(N-n-1)n\Delta(a-n\Delta) \tag{14}$$

在(14)中, 第一项 nb 表示在放车车站段乘客额外的等待时间, 第二项$(N-n-1)n\Delta(a-n\Delta)$表示在收益车站段总的乘客等待时间的减少量, $f_i(n)$表示等待时间的净减少量．

5　放车调度模型

根据上面的分析, 用公式把 1-放车调度问题表示为:

目标函数: 使 $f_n(n)=nb-(N-n-1)n\Delta(a-n\Delta)$ 最小化, 即

$$\min f_i(n)$$

约束条件:

$$n\Delta\le h_i^0-c_0-h_0 \tag{15}$$
$$n\le N$$
$$n\in Z^+$$

(15)式其实就是(5)式．

由此可以得到:

定理 2　如果 1-放车调度问题的有益调度策略存在, 当且仅当:

$$f_i(n) = nb - (N - n - 1)n\Delta(a - n\Delta) < 0$$

即

$$(N - n - 1)\Delta(a - n\Delta) > b > 0 \tag{16}$$

定理证明直接从(14)式得到, 证明从略.

定理 3 1-放车调度问题的有益调度策略存在的必要条件是:

$$0 < n < \frac{a}{\Delta} \tag{17}$$

而且因此得到:

$$a \geq \Delta \tag{18}$$

这个定理直接从(16)式得到.

定理 4 在 1-放车调度问题的最优放车调度策略中, 实行放车的车站数 n 上界是$\frac{a+\Delta}{2\Delta}$, 也即

$$n^* \leq \frac{a+\Delta}{2\Delta} \tag{19}$$

其中 n^* 是 1-放车调度问题的最优解.

由于篇幅的原因, 定理的证明从略, 详细证明在以后给出.

如果 1-放车调度问题的正整数解放宽到正实数解, 就变成为下面的 1-车实数调度问题: 1-车实数调度问题:

目标函数: 使 $f_i(n) = nb - (N - n - 1)n\Delta(a - n\Delta)$ 最小化 即

$$\min f_i(n)$$

约束条件:

$$n^* \leq \frac{a+\Delta}{2\Delta}$$

$$n \leq N$$

$$n \in R^*$$

定理 5 1-车实数调度问题是一个严格凸规划, 当且仅当:

$$n \leq \frac{\frac{a}{\Delta} + (N - 1)}{3} \tag{20}$$

证明 由(13)可得:

$$f_i(n) = \Delta^2 n^3 + (\Delta a + N\Delta^2 - \Delta^2)n^2 + (b - N\Delta a + a\Delta)n$$

由此可得 $f_i(n)$ 的一阶导数:

$$\frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}n} = -3\Delta^2 n^2 + 2(\Delta a + N\Delta^2 - \Delta^2)n + (b - N\Delta a + a\Delta)$$

而 $f_i(n)$ 的二阶导数为:

$$\frac{\mathrm{d}^2 f_i}{\mathrm{d}n^2} = -6\Delta^2 n + 2(\Delta a + N\Delta^2 - \Delta^2)$$

由$\frac{\mathrm{d}^2 f_i}{\mathrm{d}n^2} \geq 0$ 可得:

$$n \leq \frac{\frac{a}{\Delta} + (N - 1)}{3}$$

定理得证.

6 实例研究

假设三车辆离开首站的时间分别为 $d_1^0 = 0$, $d_2^0 = 18.87$, $d_3^0 = 23.58$, 线路上共有 $N = 51$ 个站, $c_0 = 0.4$,

$\delta = 0.15$, 现在考虑如何对第二辆车进行放车调度而第一和第三辆车行车不实行控制, 使乘客的等车时间最小.

根据假设可得:

$$\Delta = c_0 + 2\delta = 0.7,\ h_2^0 = d_2^0 - d_1^0 = 18.87,\ h_3^0 = d_3^0 - d_2^0 = 4.71,$$
$$a = h_2^0 - h_3^0 = 18.87 - 4.71 = 14.16,\ b = h_2^0 h_3^0 = 88.8777,$$

由定理 5, 当 $n \le \dfrac{\frac{a}{\Delta} + (N-1)}{3} = 23.4095$ 时, 这个 1-放车调度问题是严格凸的.

由定理 4, n 的上界是 $\dfrac{a+\Delta}{2\Delta} = 10.6143$, 所以 $n^* \le 10.6143$.

由 $f_i(n) = nb - (N-n-1)n\Delta(a-n\Delta)$ 得到:

$$f_i(n) = -0.49n^3 + 34.412n^2 - 406.7223n$$
$$\frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}n} = -1.47n^2 + 68.824n - 406.7223$$

1-车实数调度问题的最优解应该是 $\frac{\mathrm{d}f_i}{\mathrm{d}n} = 0$ 的根, 可以求得为 $n = 6.9376$. 1-放车调度问题的最优解应该是 $f_i(n)$ 的最小值整数解. 因为 $f_i(6) = -1307.3 > f_i(7) = -1328.9$, 所以 $n^* = 7$, 这就是 1-放车调度问题最优解.

在收益车站段[8, 51], 总的乘客等待时间减少了 1951.1; 在放车车站段[1, 7], 乘客额外的等待时间是 622.1439, 这样总的等待时间净减少了 1328.9, 经过放车调度之后, 第二辆车与第一辆车之间间隔变为 $18.87 - 7\times 0.7 = 13.97$.

7　结论

本文描述了实时放车调度问题, 重点讨论了 1-放车调度问题的模型以及它的求解, 最后给出了实例进行说明. 通过实例, 可以看到实时放车调度可以大幅度减少乘客等待时间, 使行车间隔变得均匀, 能够很好地改善公共交通的服务水平.

参考文献:

[1] Eberlein X J, Wilson, N H M, Barnhart C. The real-time deadheading problem in transit operations control[C]. Transpn. Res-B, 1998, 32: 77-100.

[2] Lin T, Wilson N H M. Dwell time relationships for light rail systems[M]. Transportation Research Record, 1992.

[3] 北京市公共交通总公司组织编写. 运营调度管理[M]. 北京: 中国劳动出版社, 1994.

[4] 黄溅华, 葛芳. 基于神经网络的公交线路交通量的预测方法[A]. 系统工程与可持续发展战略[C]. 中国系统工程学会, 北京: 科学技术文献出版社, 1998.