积分语言族的强可识性、半可识性与语言族的强替换性

令 Σ 为有限字母表，Σ^* 为 Σ 生成的自由么半群. $u\in\Sigma^*$ 为 Σ 上的字，$L\subseteq\Sigma^*$ 为 Σ 上的语言，$X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)$ 为 Σ 上的语言族. $\int XdV$ 为关于字 V 的 X 的积分. $c'(X)$ 为 X 的强相容闭包.

郭聿琦等建立并讨论了语言族的强可识性，半可识性与强替换性. 本文讨论积分语言族的强可识性与半可识性，建立了积分语言族强可识与半可识的充要条件，并运用语言族积分这一工具对强替换性进行刻划，得到了以下结果:

定理 1 对任意 $X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$ 及任意 $V\in\Sigma^*$，成立

$$c'\left(\int XdV\right)=\int c'(X)dV.$$

定理 2 (i) 若语言族 $X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$，且 X 为强可识,则对任意 $u\in\Sigma^*$，积分语言族 $\int Xdu$ 强可识.

(ii) 若语言族 $X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$，且存在字 $u\in\Sigma^*$，使得积分语言族 $\int Xdu$ 强可识，则 X 强可识.

定理 3 (i) 若语言族 $X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$，且 X 为半可识,则对任意 $u\in\Sigma^*$，积分语言族 $\int Xdu$ 半可识.

(ii) 若语言族 $X\subseteq\mathscr{L}(\Sigma)-\{\{\varepsilon\}\}$，且存在字 $u\in\Sigma^*$，使得积分语言族 $\int Xdu$ 半可识，则 X 半可识.

定理 4 语言族 X 是强替换的，当且仅当对任意 $L_1, L_2\in X$，任意 $V\in\operatorname{Pref}L_1\cap\operatorname{Pref}L_2$ 及任意 $L\in\int\partial_V L_2dV=V\partial_V L_2\cup L'(L'\subseteq\Sigma^*, V\in\operatorname{Pref}L')$,成立

$$\left(X\cap\int\partial_V L_1dV\right)\dot{-}\{V\partial_V L_1\}$$
$$=\left[\left(X\cap\int\partial_V L_2dV\right)\dot{-}\{L\}\right]\cup\{L-V\partial_V L_2\}.$$

应该看到,若 $L=V\partial_V L_2$，上述定理将给出使语言族 X 为替换的充要条件.

雷忠学
(苏州铁道师范学院数学系)

特征 2 的 Cartan 型李代数 H($\mathscr{F}$)

设 k 是特征为 2 的域，E 是 k 上 n 维向量空间，$O(E)$ 是 E 上除幂代数，即 $O(E)$ 由 $x^{(h)}$，$x\in E$，$h\in\boldsymbol{Z}_+$ 生成,而 $x^{(h)}$ 满足运算关系:

$$(x+y)^{(h)}=\sum_{i=0}^{h}x^{(i)}y^{(h-i)},\quad x, y\in E$$
$$(\alpha x)^{(h)}=\alpha^h x^{(h)},\qquad \alpha\in k$$
$$x^{(K)}x^{(h)}=\binom{K+h}{K}x^{(k+h)},$$
$$x^{(0)}=1.$$

我们知道 $\{x_1^{(h_1)}x_2^{(h_2)}\cdots x_n^{(h_n)}\mid h_i\in\boldsymbol{Z}_+,\ 1\leqslant i\leqslant n\}$ 是 $O(E)$ 的基,如果 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是 E 的基.

给定 flag

$$\mathscr{F}:\ E=E_0\supseteq E_1\supseteq\cdots\supseteq E_K\supsetneqq E_{K+1}=0,$$

$O(\mathscr{F})$ 是由 $x^{(2^i)}$，$x\in E_i$，$i=0, 1, 2, \cdots, k$，生成的 $O(E)$ 的子代数,我们可选取 E 的一组基 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 使得

$\{x_1^{(h_1)}x_2^{(h_2)}\cdots x_n^{(h_n)}\mid 0\leqslant h_i<2^{m_i}1\leqslant m_1\leqslant m_2\leqslant\cdots\leqslant m_n\}$ 是 $O(\mathscr{F})$ 的一组基，因此 $\dim O(\mathscr{F})=2^m$，其中 $m=\sum_{i=1}^{n}m_i$.

$O(\mathscr{F})$ 的导子 D 若满足

$$D(x^{(h)})=x^{(h-1)}D(x)\quad x\in E_i\quad h<2^{i+1}$$

则称为特殊导子. $O(\mathscr{F})$ 的所有特殊导子形成一个李代数 $W(\mathscr{F})$. 这是一类 Cartan 型李代数.

设 E^* 是 E 的对偶空间，$\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ 是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 在 E^* 中的对偶基. 任给 $i=1, 2, \cdots, n$. 我们定义映射

$$\partial_i:\ x^{(h)}\mapsto x^{(h-1)}\xi_i(x)\quad x\in E,$$

它可扩为 $O(\mathscr{F})$ 的特殊导子. 我们仍记为 ∂_i,那么

$$W(\mathscr{F})=\sum_{i=1}^{n}O(\mathscr{F})\partial_i.$$

以下假设 $n=2n'$，令

$$\omega=\sum_{ij=1}^{n}\omega_{ij}dx_i\Lambda dx_j,$$