

关于大气层结对于近地面层中湍流交换的影响问题*

苏从先

(中国科学院兰州地球物理研究所)

提 要

本文第一部分运用相似理论和因次分析对层结大气近地面层中湍流交换的问题作了分析,获得了与作者过去根据湍流能量平衡方程所得到的结果一致。第二部分根据新近国外发表的直接测量资料确定了普遍函数中的经验系数 D 的大小;还确立了强迫对流向自由对流状态的过渡,与 Priestley 所指出的不同,它具有极平缓的性质,计算结果与观测事实符合。在稳定情况下则没有类似过渡发生。第三部分根据因次分析构成了特征尺度 L_{R_i} ,并建立了以 L_{R_i} 为特征尺度的湍流交换的模式。讨论结果表明,采用这一模式比前一模式合理一些,而且实用上更为方便。

关于大气层结对于近地面层中湍流交换的影响问题近年来已有了许多研究。主要有以下几方面:

1) М. И. Будыко^[1] 对数方案:

$$K = \kappa v_* m Z, \quad (1)$$

$$u = \frac{v_*}{\kappa m} \ln Z + C. \quad (2)$$

式中 m 为与层结有关的常数,其它符号与常用相同。

2) Д. Л. Лайхтман^[2] 指数方案¹⁾:

$$K = A v_* Z^{1-\epsilon}, \quad (3)$$

$$u = \frac{v_*}{A \epsilon} Z^\epsilon + C. \quad (4)$$

式中 ϵ 为与层结有关的常数, A 为常数。

3) Монин-Обухов^[4] 对数加线性方案:

$$K = \kappa v_* Z / \varphi(\zeta), \quad (5)$$

$$\varphi = 1 + \beta \zeta, \quad (6)$$

$$u = \frac{v_*}{n} [\ln|\zeta| + \beta \zeta] + C, \quad (7)$$

$$\zeta = \frac{Z}{L}, \quad L = - \frac{v_*^3}{n \frac{g}{T_0} \frac{q}{c_p \rho}}. \quad (8)$$

式中 β 为常数,等于 0.60。

4) 作者^[5]在 Монин-Обухов 的工作基础上利用能量平衡方程来封闭近地面层方程

* 本文 1962 年 12 月 1 日收到, 1963 年 2 月收到修改稿。

1) Deacon^[3] 亦同时提出要要素分布的指数规律,但 Лайхтман 提出了更加完整的方案。

曾求得以下方案¹⁾:

$$\alpha \zeta = \varphi - \frac{1}{\varphi^3}, \quad (9)$$

$$u = \frac{v_*}{n} \left[\varphi - 2 \tan^{-1} \varphi + \ln \frac{|\varphi - 1|}{\varphi + 1} \right] + C, \quad (10)$$

后一方案无论就实际资料的配合上或理论的依据上均具有显著的优越性。本文企图仅由相似理论和因次分析观点出发，而不引进其它的关系亦可导出上述方案。此外根据最近发表的直接测量资料确定了经验系数 D ，讨论了所谓强迫对流向自由对流状态的过渡问题。并构成了尺度 L_{Ri} ，从而建立了一个更方便而合理的模式。

一、由相似理论及因次分析来讨论层结对于湍流交换强度的影响关系²⁾

考虑在一个无限平坦水平方向十分均匀的粗糙地面上，在 $Z_0 < Z < H$ (Z_0 为粗糙高度， H 为近地面层厚度) 气层内，取 X 轴平行于风向，设运动处于准定常状态。显然湍流的平均性质仅与坐标 Z 有关。这时描述它的运动方程和能量方程可简化为：

$$\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = 0 \quad \text{或} \quad -\overline{u'w'} = v_*^2, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z} = 0 \quad \text{或} \quad \overline{w'T'} = \frac{q}{c_p \rho}. \quad (12)$$

式中 v_* 为摩擦速度， q 为湍流热通量，它们与 Z 无关，但与层结有关。它们是决定运动状态的外参量。

当对上述方程作相似变换 $X' = X_0 X$ ， $Z' = Z_0 Z$ 时，则在 $Z > 0$ 的情况下保持不变。因此许可我们利用相似理论以求得它的解答。这种概念首先由 Монин-Обухов^[6] 提出并加以处理。

如根据混合长度理论，可以用平均量表示如下：

$$K \frac{\partial u}{\partial z} = v_*^2, \quad (13)$$

$$-K_T \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{q}{c_p \rho}. \quad (14)$$

式中 K 和 K_T 分别表示动量和热量的湍流交换系数，具有关系 $K_T = aK$ ， a 是与层结有关的系数。

在温度非均一大气中有浮力参与作用，由对流简化理论^[7] 可以用 $\frac{g}{T_0}$ 表示。它与地面辐射平衡值有关。所以整个湍流场的性质，交换系数及要素分布应完全由决定性的外参量 v_* ， $\frac{q}{c_p \rho}$ ，浮力参量 $\frac{g}{T_0}$ 及坐标 Z 所决定。它们可以构成二个长度和温度的因次量：

$$Z, \quad L = -\frac{v_*}{n \frac{g}{T_0} \frac{q}{c_p \rho}}, \quad T_* = -\frac{q}{n v_* c_p \rho}. \quad (15)$$

1) Yamamoto (1959)^[18] 亦得到类似结果。

2) 本节以及第三节的处理方法，Ellission (1957)^[19] 曾作过类似的讨论。

因之, 它們仅可以組成唯一的无因次量 $\zeta = \frac{Z}{L}$. 于是由相似理論可得表明湍流特征的諸无因次量应与 $\frac{Z}{L}$ 的某种函数有关:

$$\frac{nZ}{v_*} \frac{du}{dz} = \frac{\alpha Z}{T_*} \frac{dT}{dz} = \frac{nv_* Z}{K} = \varphi \left(\frac{Z}{L} \right)^{1/3}. \quad (16)$$

整个問題都归結到 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 的性質和形式. 为了确定函数 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$, 我們分別几种情况来討論.

1) **中性状态** 在这种状态下湍流为純动力性質的, 无浮力参与, 完全受地面摩擦制約; 因此决定它的决定性外部参量只有 v_* , 此外当然与唯一的坐标 Z 有关. 显然由 v_* 和 Z 不可能組成无因次参量, 无因次函数 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 消失. 所以(16)式中諸无因次量 $\frac{nZ}{v_*} \frac{du}{dz}$, $\frac{\alpha Z}{T_*} \frac{dT}{dz}$ 和 $\frac{nv_* Z}{K}$ 不受外部参量的限制, 即成为自动模式化的. 这时这些无因次量应等于某个常数(因为只有常数是无因次量), 考虑到实验事实后, 可令它为 1. 于是可以得到:

$$K = nv_* Z, \quad (17)$$

$$u = \frac{v_*}{n} \ln Z + C. \quad (18)$$

(17)式由因次分析直接即可得出.

2) **热对流状态** 在这种极端状态下, 相对而言, 动力作用远小于浮力的作用. 自然可以认为湍流状态与 v_* 无关, 而应由外参量 $\frac{q}{c_p \rho}$, 浮力参量 $\frac{g}{T_0}$ 和坐标 Z 决定. 由因次分析易得:

$$\frac{K}{nv_* Z} = -D_1' \left(\frac{Z}{L} \right)^{1/3}, \quad (19)$$

或

$$K = D_1'' \left(\frac{g}{T_0} \right)^{1/3} \left(\frac{q}{c_p \rho} \right)^{1/3} Z^{4/3}. \quad (19)'$$

这里 D_1' 和 D_1'' 为常系数, 由实验确定.

3) **极端稳定状态** 这时的湍流能量几乎全部消耗到对浮力作功上, 以致于存在一个临界状态, 达到这一状态时, 湍流接近或轉入衰竭阶段. 不同尺度的涡旋逐級衰減, 最后耗散成热能. 考虑到湍流的临界状态完全决定于流体本身的物理性質这样一个事实后, 可以认为这种临界状态的发生对于整个流場來說应当是一致的. 亦即它在整层中一致趋于零, 或在此临界状态附近一致趋于某一个有限的数值, 而与 Z 无关. 也可以作这样的理解. 大家知道, 湍流的平均交换强度是与尺度呈正比的, 湍流的平均尺度是随高度而增加的. 而消耗于对浮力作功上的能量也与涡旋尺度呈正比, 即随稳定度的加大而消耗的能量主要归于大涡旋, 亦即与高度呈正比. 因此, 当达到某种临界值时, 两种效应相互抵消

1) 对于蒸发而言同样有 $-\frac{nv_* \rho Z}{E} \frac{\partial f}{\partial z} = \varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$, 这里 f 为比湿, E 为蒸发量.

的结果,终可使上下的交换强度均匀化,即 K 或整个湍流状态与 Z 无关。这时的湍流能量全靠较小涡旋维持,所以 K 也很小,以致最后趋于零。考虑到上述物理过程后,可知在极端稳定状态下,整个湍流状态应由 $\frac{q}{c_p\rho}$, $\frac{g}{T_0}$ 及 v_* 三者决定,而与 Z 无关。由因次分析,易得:

$$K = -D_2' \left(\frac{Z}{L} \right)^{-1}, \quad (20)$$

或

$$K = D_2'' \left(\frac{g}{T_0} \right)^{-1} \left(\frac{q}{c_p\rho} \right)^{-1} v_*^4 \quad (20)'$$

其中 D_2' , D_2'' 为待定的经验系数。

4) 一般状态 这时的湍流状态显然应由上述全部外参量 v_* , $\frac{q}{c_p\rho}$, 和浮力参量 $\frac{g}{T_0}$, 坐标 Z 决定。亦即要满足(16)式的一般关系式:

$$\frac{K}{nv_*Z} = \frac{1}{\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)}. \quad (16)'$$

这里的 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 我们称作为决定层结对于湍流交换强度影响的普遍函数。

无论在稳定或不稳定层结下虽其交换的强度与方向有所不同,比如稳定时 K 变小,热通量向下,不稳定时相反;但形成这种物理状态的本质是一样的,它们都是浮力作用的结果。因此它的物理图案也应当是统一的,也就是说普遍函数 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 应当概括上述各种极端状态在内。将(16)'式代入(17), (19)和(20)式中分别可得到几种极端状态下的 $\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$:

$$1) \quad \varphi_1(0) = 1, \quad (21)$$

$$2) \quad \varphi_2(-\infty) = -\frac{1}{D_1'} \zeta^{-1/3}, \quad (22)$$

$$\text{或 } D_1' \zeta = -\varphi_2^{-3},$$

$$3) \quad \varphi_3(+\infty) = -\frac{1}{D_2'} \zeta, \quad (23)$$

$$\text{或 } D_2' \zeta = -\varphi_3.$$

显然同时满足(21)–(23)三种极端状态的普遍函数 $\varphi(\zeta)$ 的唯一关系式为:

$$D\zeta = \varphi - \varphi^{-3}. \quad (24)$$

其中 D 在不稳定时为 D_1' , 稳定时为 D_2' , 均为经验常数。方程(24)即相当于(9)式。

关于风速、温度的平均分布由(13)、(14)及(24)式可得:

$$\frac{nu}{v_*} = \frac{\alpha T}{T_*} = \varphi - 2 \tan^{-1} \varphi + \ln \frac{|\varphi - 1|}{\varphi + 1} + C = f(\zeta)^{11}. \quad (25)$$

1) 关于湿度的分布应为 $-\frac{nv_*\rho}{E} \cdot f = f(\zeta)$.

这里的 $f(\zeta)$ 称作为近地面层中气象要素分布的普遍函数。当确定 D 之大小后, 由(24)、(25)式即可具体决定任意层结下要素分布的一般规律。这在文献[5]中已作过讨论。

这样一来, 我们完全地由相似性理论和因次分析便可以导出关于交换强度和要素分布的普遍函数 $\varphi(\zeta)$ 和 $f(\zeta)$ 。

二、关于系数 D 的确定及不同层结下湍流的过渡性质

关于(24)式中的系数 D 在过去的工作中^[5,6] 均把它当作 $\alpha = \frac{K_T}{K}$, D 有别于 α ¹⁾。实际上在中性层结时由于压力脉动会使动量输送增强, 因而 α 稍小于 1。不稳定时由于浮力的作用而引起的温度场的变化会使 $\alpha > 1$ 。相反地在稳定时会使 $\alpha < 1$ 。 α 的这种变动由 Swinbank^[8] 的资料可以得到说明(见该书中第二章图 1)。但是 α 的这种变化无论如何不应有量级上的差异。Монин-Обухов^[6] 也指出过应有 $\alpha \approx 1$ 。关于 D 就不同了。 D 是与湍流状态有关的某种系数²⁾。从理论上确定它是困难的, 只有由经验资料获得。以下我们来确定系数 D , 并同时讨论湍流不同状态的过渡进行, 因为二者是相关联的。

首先指出, 必须利用所谓直接测量资料, 利用间接测量资料难以确切决定它的大小, 这是因为在计算表达式中的参量 v_* 和 $\frac{g}{c_p \rho}$ 的大小与事先所采用的模式有关。间接测量结果可以大致地验证计算结果。

我们利用了 Swinbank^[9], Taylor^[10], Priestley^[9], Перепелкина^[11,12] 和 Гурвич^[13,14] 等作者发表的直接测定资料及整理结果。它们绝大多数是限于不稳定情况, 所以我们也只能对不稳定情况下的 D 作出确切的决定。

大家知道, Priestley^[8,9] 曾根据 Swinbank 和 Taylor 的资料提出了著名的所谓强迫对流和自由对流二极端状态及其过渡性质。由因次分析, Priestley 提出了以下无因次函数:

$$F_1(Ri) = \frac{g}{c_p \rho} \left(\frac{g}{T_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|^{-3/2} Z^{-2}. \quad (26)$$

其意义就是不稳定状态下总的热通量和对流热通量之比。当将(14)、(16)式代入上式并稍加变换后, 可得:

$$F_1(Ri) = n^2 |Ri|^{-\frac{1}{2}} [1 + D_1 |Ri|]^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

由(27)式可见, 当 $|Ri| \rightarrow 0$ 时, 有:

$$F_1(0) \cong n^2 |Ri|^{-\frac{1}{2}}. \quad (27)'$$

当 $|Ri| \rightarrow \infty$ 时有:

$$F_1(\infty) = n^2 D_1^{1/2} = \text{const}. \quad (27)''$$

(27)' 和 (27)'' 式正是 Priestley 所谓的二种极端状态。显然(27)式代表了不稳定情况下任意层结下的一般状态。Priestley 认为由不稳定向自由对流之过渡是一种突跃, 但由(27)式可见, 它乃是一个连续的渐变过程。实际上 Priestley^[9] 依据 Swinbank 对热通量的直接

1) D 应包含将所谓通量的 Richardson 数 R_f 化为实用的 R_i 数的经验关系在内。

2) 可以认为 α 的值包含在 D 之中。

測量資料作出的 $F_1(R_i)$ 的实际分布恰恰証实了(27)式的存在, 且得到 $F_1(\infty) = 0.69$. Taylor^[10] 測量了較大 $|R_i|$ 数的 $F_1(R_i)$, 亦得到类似的結果. 由于所采用仪器的慣性过大, 据 Swinbank^[8] 本人以及上述諸作者均认为結果偏小, 一般都采用 $F_1(\infty) = 0.80$. Перепелкина^[11] 利用声学脉动仪直接測量热通量的結果亦得到 $F_1(\infty) = 0.80$. 取 $n = 0.43$ ¹⁾, 由 (27)' 式可得: $D_1 = 18.72$. 將 D 代入(27)式即可計算出 $F_1(R_i)$ 的理論分布曲綫(見图 1, 2). 为比較起見, 也将 Swinbank, Taylor 和 Перепелкина 的实际資料分

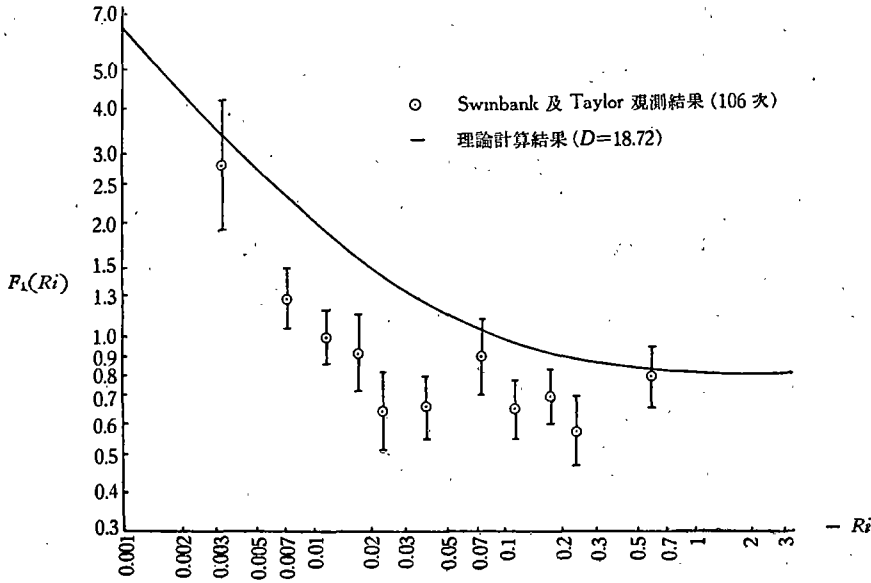


图 1 $F_1(R_i)$ 分布图

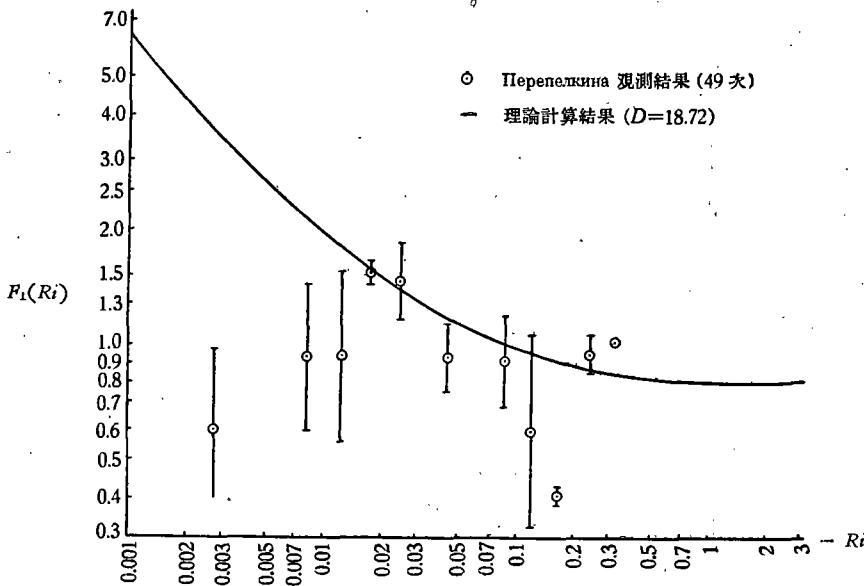


图 2 $F_1(R_i)$ 分布图

1) 最近 Гурвич^[18] 的實驗結果更証实了 $n = 0.43$.

别繪于图 1, 2 上。由图 1 可見, 如果考虑到实际資料的偏低結果可以认为理論曲綫与实际資料相当一致。由图 2 更可見到, 除个别点有明显不正确外, 二者是十分吻合的。由图还可看到強迫对流向自由对流的过渡是十分平緩的。

此外, Гурвич^[13] 根据机械原理制造了直接測量摩擦应力的仪器, 并对不同层結下的 v_* 作了測量。令,

$$\psi(Ri) = \frac{v_*}{Z} \frac{du}{dz} \quad (28)$$

測量結果表明: 当接近中性时,

$$\psi_0(Ri) = n = 0.43, \quad (28)'$$

当 $|Ri|$ 甚大时,

$$\psi_\infty(Ri) = a |Ri|^{\frac{1}{4}}. \quad (28)''$$

这就相当于 Priestley 所提出的两种极端状态。不过这里是以动量通量来衡量。

由(16)和(24)式可将(28)式写成:

$$\psi(Ri) = K[1 + D_1 |Ri|]^{\frac{1}{4}}. \quad (28)'''$$

同样可知 (28)''' 式正是 $\psi(Ri)$ 的一般状态, (28)' 和 (28)'' 式只不过是它的两种极端状态。由 (28)'' 和 (28)''' 式可以得到 $a = nD_1^{1/4}$ 。Гурвич 的測量和計算結果得到 $a = 0.97$, 所以 $D_1 = 25.91$ 。

計算的曲綫 (28)''' 和实测資料相当一致, 它同样沒有突跃的过渡发生, 請見图 3¹⁾。

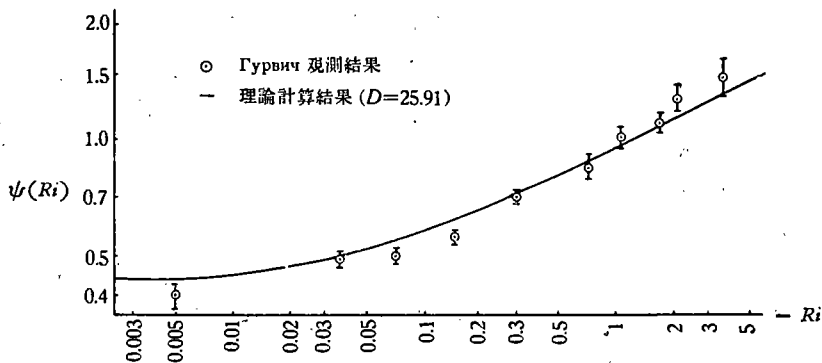


图 3 $\psi(Ri)$ 分布图

以上討論断定了过渡的平緩性質。实际上全部湍流状态都是由平均的湍流能量平衡方程中諸項相互制約的^[5]。由于这些能量的变化是平緩的, 因而这种状态的过渡也必然如此。Priestley 所划定的过渡区为 $|Ri| \sim 0.02-0.05$, 由图 1, 2, 3 可得, 如果說有一个过渡区存在, 其范围約为 $|Ri| \sim 0.02-0.2$ 。此外 Гурвич 的 D_1 与其它作者的 D_1 有着差別。这很可能反映了层結对于动量和热量輸送的影响的差別, 但由于測量資料不多, 条件也不一样, 尚不能加以断定。但可以粗略地认为 D_1 接近 20 左右。如令 (27)' 和

1) 图 3 中的实测点是直接由 Гурвич 的图上讀取的, 因原始資料未見发表, 会有一些的誤差, 但对这里所得到的結果无关, 因为在确定 D 时是依据經驗式(28)'''。

(27)'' 式相等, 可得:

$$|Ri|_c = \frac{1}{D_1} \tag{29}$$

可见 D_1 带有临界值的意义, 其大小亦大致相符。

在稳定情况下既缺乏资料也无人讨论过, 我们定性地加以分析。由因次分析, 令:

$$F_2(Ri) = \frac{q}{c_p \rho} \left(\frac{g}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|^{-\frac{1}{2}} v_*^{-2} \tag{30}$$

其意义为任意稳定层结下总的热通量与极端逆温情况下热通量的比。显然 $F_2(Ri)$ 与 $F_1(Ri)$ 相当, 但性质却相反。将任意层结下的 $\frac{\partial T}{\partial z}$ 的一般表达式 (14) 和 (16) 式代入

(30) 式可得:

$$F_2(Ri) = Ri^{1/2}, \tag{31}$$

当极端稳定时有:

$$F_2(\infty) = D_2^{-\frac{1}{2}} \tag{31}'$$

可见稳定时 $F_2(Ri)$ 随层结单调增大, 呈根方关系, 达极稳定时变为常数。与不稳定状态不同, 没有过渡阶段产生。由 (31)' 式可知 D_2 具有湍流衰竭的临界的意义, 可惜直到目前还没有这方面的直接测量资料¹⁾, 因此无法确切的决定 D_2 的大小。考虑到近年苏联取得的系统的平均测量资料可以取 $D_2 \approx 1$ 较为合适。这就相当于临界的 Ri 数为 1。不论在

稳定或不稳定的实际大气中都不能期望 D 固定不变。

将以上确定的 D 值 (不稳定时取 $D_1 = 18.72$) 代入 (24) 及 (25) 式中而绘制出要素平均分布图 (图 4, 5, 6)。图 5, 6 中并绘有 Монин-Обухов^[6] 所整理的平均资料。它们基本上是一致的。而且它们与 Kiyohide Takenchi^[15] 根据 Lettau 等^[16] 的资料所作的要素分布亦大体一致。如在不稳定时取

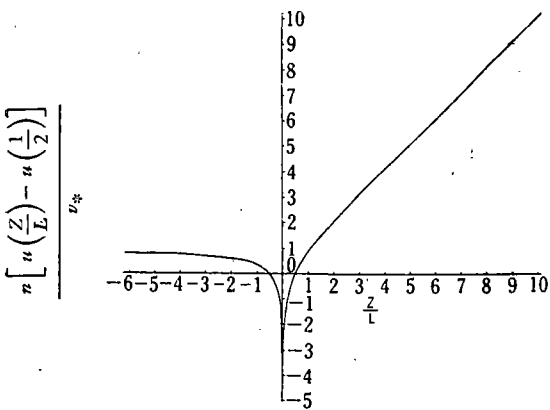


图 4 不同层结下的要素分布

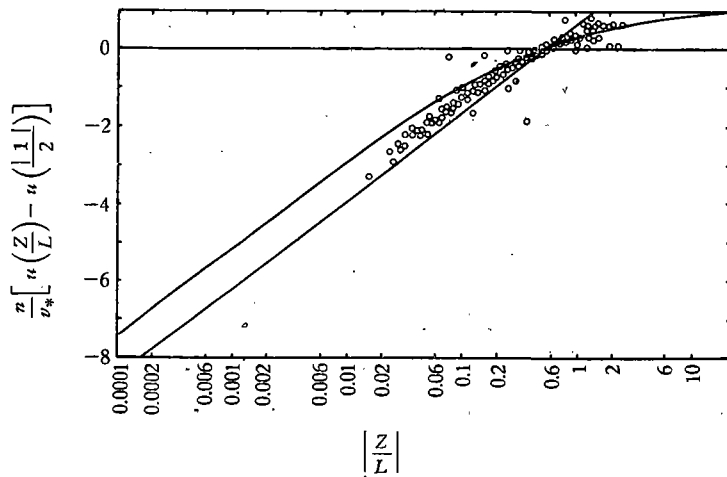


图 5 不稳定层结下的要素分布

1) 在极端稳定情况作直接测量比较困难, 因为这时脉动尺度很小, 要求仪器有很小的惯性。

$D = 25.91$, 则图中左方曲线稍向下偏移。就平均分布而言, 差异不大。所以上述对 D 大小的确定大体上是合适的。

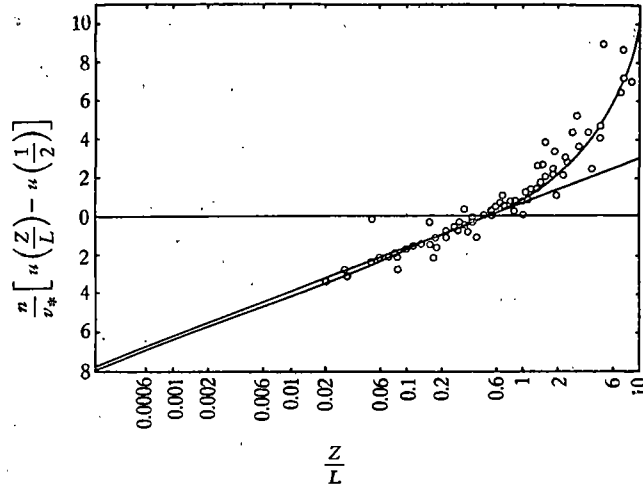


图 6 稳定层结下的要素分布

三、关于其它模式的建立

本节企图建立一个更方便而合理的确定层结大气中湍流交换的模式。为此首先选择一个新的特征尺度。

由 Мошин-Обухов^[4] 所提出的尺度 L , 在非均质大气近地层湍流交换中具有极大的意义。但是就形式上而言它并不是唯一的尺度。

由第一节知道决定非均质大气近地层湍流状态的共有 v_* , $\frac{q}{c_p \rho}$, $\frac{g}{T_0}$ 和 Z 四个因次量。由它们可以组成尺度 L 及无量纲量 $\frac{Z}{L}$ 。 L 是与大气层结有关的某种特征尺度, $\frac{Z}{L}$ 为反映大气层结的无量纲量。实际上 L 与 $\frac{Z}{L}$ 是密切关联的。所以一般而论, 由上述诸量可以构成如下尺度:

$$\Omega = L \Phi \left(\frac{Z}{L} \right), \quad (32)$$

$\Phi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 可以是 $\frac{Z}{L}$ 的任意形式的函数。自然 Ω 的形式也可以多种多样。当 $\Phi \left(\frac{Z}{L} \right) = 1$ 时, 这个一般的尺度 Ω 成为 L 。所以 L 是一个形式上最简单的一个尺度。但它们的本质都是一样的。至于选择何种形式的 Ω , 全视实用上的方便而定。

为了处理这里的问题, 经过试选后我们认为选择以下尺度最为合适:

$$\Omega = L_{Ri} = L \varphi \left(\frac{Z}{L} \right), \quad (33)$$

$\varphi \left(\frac{Z}{L} \right)$ 满足关系(24)。这里所以采用符号 L_{Ri} 是因为这一尺度与 Ri 最密切相关。实际

上, $Ri = \alpha \frac{g}{T_0} \frac{\partial T}{\partial z} / \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$, 将(16)式代入可得:

$$Ri = \frac{Z}{L} / \varphi \left(\frac{Z}{L} \right). \quad (34)$$

Ri 与 $\frac{Z}{L}$ 間存在一函数关系, 且不同层結下有不同表现(见图 7)。但当选用 L_{Ri} 时, 由

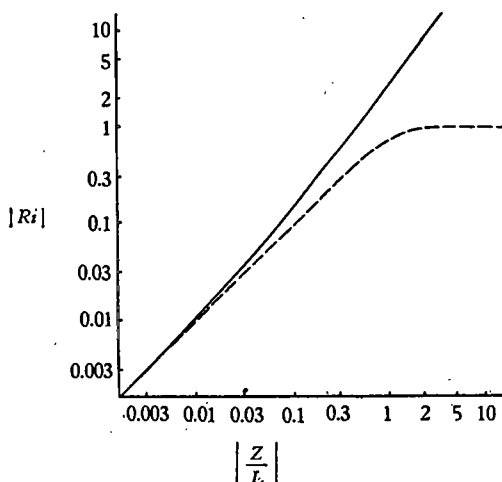


图 7 $Ri - \left| \frac{Z}{L} \right|$ 分布图

— 不稳定 ($D = 18.72$) --- 稳定 ($D = 1$)

(33)、(34)式可见 $Ri = \frac{Z}{L_{Ri}}$, 所以 L_{Ri} 正是对应于 Ri 的特征尺度。考虑到 Ri 数不仅能概括地反映大气层結, 而且被广泛应用到实际计算中, 看来选用 L_{Ri} 是适当的。

现在来讨论以 L_{Ri} 为特征尺度的湍流交换规律。

仿照第一节, 由相似理论, 应有:

$$\begin{aligned} \frac{nZ}{v_*} \frac{du}{dz} &= \frac{\alpha Z}{T_*} \frac{dT}{dz} = \\ &= \frac{nv_* Z}{K} = \varphi_1 \left(\frac{Z}{L} \right), \end{aligned} \quad (35)$$

上式表示任意层結下诸无因次量应与唯一的无因次量 $\frac{Z}{L_{Ri}}$ 的函数呈相似。上式采用与

(16)式相当的形式, 主要为了便于比较。

为决定 $\varphi_1 \left(\frac{Z}{L} \right)$ 的形式, 如同第一节那样, 考虑三种极端状态:

1) **中性状态** 此时无层結作用, 即 $\frac{q}{c_p \rho} = 0$, $\frac{K}{nv_* Z}$ 与 $\frac{Z}{L}$ 无关, 或 K 完全由 v_* 及 Z 决定¹⁾。考虑到实验事实, 应有:

$$\frac{K}{nv_* Z} = 1, \quad \text{或} \quad \varphi_1 \left(\frac{Z}{L} \right) = 1. \quad (36)$$

2) **对流状态** 此时 $v_* \rightarrow 0$, 状态达到或临近自由对流, 完全由 $\frac{q}{c_p \rho}$, $\frac{g}{T_0}$ 和坐标 Z 决定。由因次分析准确到常系数可得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{K}{nv_* Z} &= -D_1' \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^{\frac{1}{4}}, \\ \varphi_1 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right) &= -D_1 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^{-\frac{1}{4}}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

D_1, D_1' 均为经验常数, $D_1' = D_1^{-\frac{1}{4}}$ 。

3) **极端稳定状态** 这时湍流接近临界状态, 交换极弱, 湍流能量损耗极大, 以致于达

1) 这里为简单起见, 仅取无因次量 $\frac{nv_* Z}{K}$ 来讨论, 对(35)式中其它无因次量亦属正确。

到衰竭阶段。考虑到这种临界情况的存在,令其临界值为:

$$\left[\frac{Z}{L_{Ri}} \right]_c = \frac{1}{D_2} \quad (38)$$

达到这一临界值时,湍流不再发生了。\$D_2\$ 同样为经验常数。

4) 一般状态 显然应由一般形式的普遍函数 $\varphi_1\left(\frac{Z}{L_{Ri}}\right)$ 决定。这个一般的 $\varphi_1\left(\frac{Z}{L_{Ri}}\right)$ 应概括上述极端状态在内,因为整个状态应当是统一的,由平均湍流能量平衡方程中各项能量的相互配置决定。易见,同时满足上述三种极端状态的唯一关系式必然是:

$$\varphi_1\left(\frac{Z}{L_{Ri}}\right) = \left[1 - D \frac{Z}{L_{Ri}} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (39)$$

上式直接由湍流能量平衡方程亦易于求得。式中 \$D\$ 值与前节的 \$D\$ 无异。当将 \$D\$ 值代入后即可决定任意层结下的交换系数 \$K\$。其依 $\frac{Z}{L_{Ri}}$ 的分布规律见图 8。

由(16)式同样可求得以 \$L_{Ri}\$ 为特征尺度的任意层结下要素分布的普遍函数 $f_1\left(\frac{Z}{L_{Ri}}\right)$:

$$f_1\left(\frac{Z}{L_{Ri}}\right) = \frac{nu}{v_*} = \frac{\alpha T}{T_*} = -2 \tan^{-1} \varphi_1 + \ln \frac{|\varphi_1 - 1|}{\varphi_1 + 1} + C \quad (40)$$

关于其分布规律参看图 9, 10, 11; 它们与图 4, 5, 6 完全相当,只不过参量不同而已。

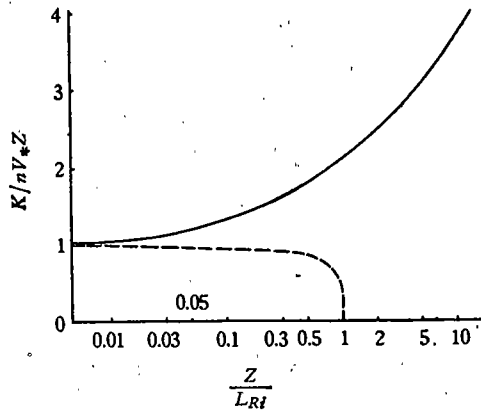


图 8 湍流交换强度与大气层结的关系
—— 不稳定 --- 稳定

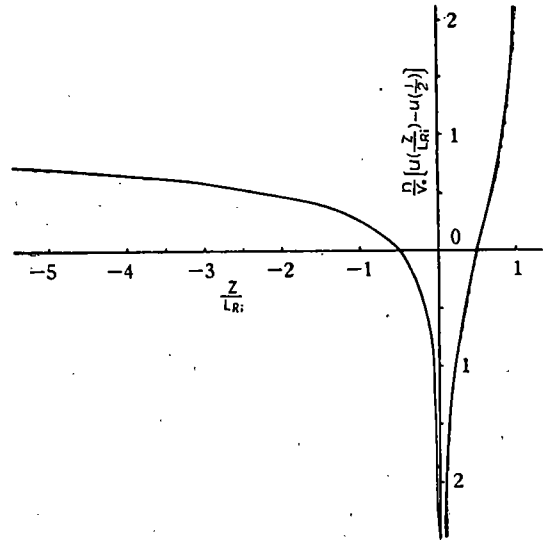


图 9 不同层结下的要素分布

将(39),(40)式分别与以 \$L\$ 为特征尺度的相应表达式(9),(10)式比较可知,采用 \$L_{Ri}\$ 后,交换强度的普遍函数形式大为简单了,由一个隐函数形式变成一个简单的显函数形式。这在使用上带来很大方便。关于要素分布的普遍函数除减少了一项外形式上完全一致。此外在实际计算中, $\frac{Z}{L_{Ri}}$ 可直接化成为实用的形式。如同我们在文献[18]中所作的那

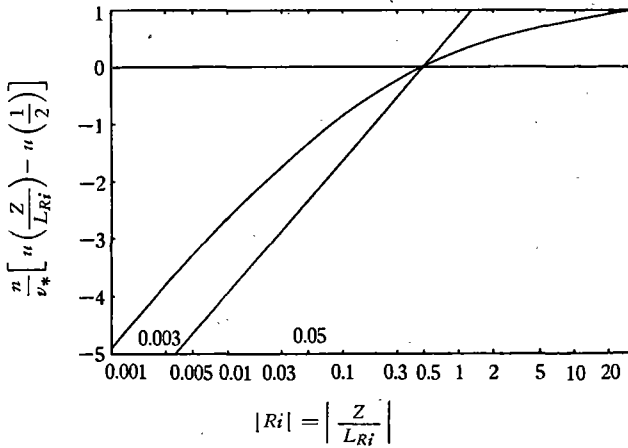


图 10 不稳定层下的要素分布

样,取三层梯度 $2H$, H 和 $\frac{1}{2}H$ (H 为指定高度), 则 $\frac{Z}{L_{Ri}}$ 可表示为 $B = \frac{2}{3} \frac{g}{T_0} H \cdot \frac{\Delta T_{2H-H}^{1)}$

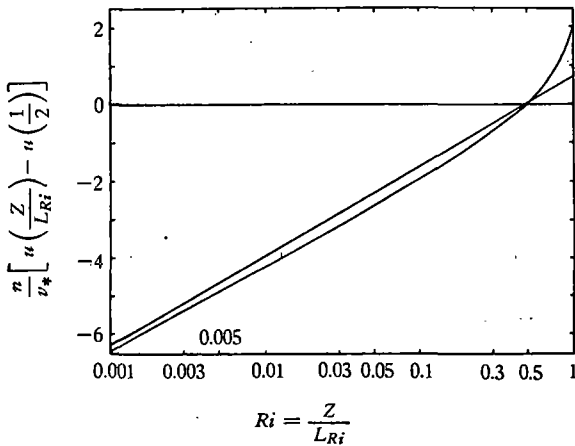


图 11 稳定层下的要素分布

所以理论模式中的稳定度参量与直接观测到的相一致, 自然也会带来方便。

在近似计算中还可将上述普遍函数简化。作(39)式的二项展开, 可得:

$$\begin{aligned} \varphi_1 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right) &\cong 1 + \frac{1}{4} D \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right) + \\ &+ \frac{5}{32} D^2 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^2 + \\ &+ \frac{15}{128} D^3 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^3 + \dots, \quad (41) \end{aligned}$$

再把(41)式代入(16)式不难求得:

$$f_1 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right) \cong \ln \left| \frac{Z}{L_{Ri}} \right| + \frac{1}{4} D \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right) + \frac{5}{64} D^2 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^2 + \frac{5}{128} D^3 \left(\frac{Z}{L_{Ri}} \right)^3 + \dots \quad (42)$$

可见, Монин-Обухов 的对数加线性方案(6),(7)正是上述方案的一级近似。上式可以更方便地应用在层结作用不是很大的情况下。应当指出, 利用第一节中以 L 为特征尺度的方案不便于作这种近似处理。

关于 L_{Ri} 和 L 有着一定的关系(见图 12)。它们在较小的层结范围内才有 $L_{Ri} \cong L$ 。当层结较大时, 差别很大。 L_{Ri} 与层结的关系比 L 简单的多。

另外我们还试选了其它的尺度, 比如取(32)式中 $\Phi \left(\frac{Z}{L} \right) = \frac{\varphi[3 + \varphi^4]}{4}$, 其中 φ 满

1) 这是目前实际计算中较通用和最优越的方法。

足关系 (24)。这相当于 $\varepsilon = L \cdot \frac{\varphi[3 + \varphi^4]}{4}$ 。结果表明既不如采用 L , 更不如采用 L_{Ri} 合适。

这样一来, 我们便建立了一个以 L_{Ri} 为特征尺度的层结大气中湍流交换的更加简便合理的模式。也须指出, 在某些问题的应用上, 比如计算近地面烟道扩散上采用 L 反而较为方便。

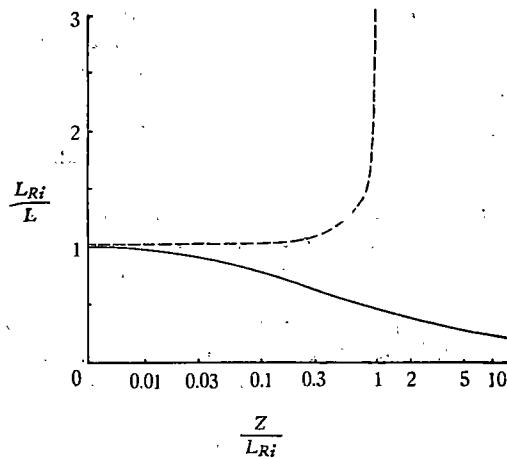


图 12 $L_{Ri} - \frac{z}{L_{Ri}}$ 分布图

—— 不稳定 --- 稳定

四、结 论

上面的讨论可归纳以下几点结论:

1) 纯粹由相似理论和因次分析对层结大气中近地面层湍流交换的模式得到了解决, 与利用湍流能量平衡方程推得的结果完全一致。

2) 利用近年国外的直接测量资料确定了上述模式中的系数 D , 不稳定时 $D_1 = 18.72$, 稳定时由间接测量资料比较, 大致为 $D = 1$ 。

3) 利用上述模式确立了由强迫对流过渡到热对流状态的一般函数: $F_1(Ri) = n^2 |Ri|^{-\frac{1}{2}} [1 + D_1 |Ri|]^{\frac{1}{2}}$ 。结果表明, 它的过渡是极其平缓的, 不象 Priestley 所指出的那样, 二种极端状态的过渡是突跃的。实测资料与理论结果相符。在稳定情况下构成了相应的无因次函数 $F_2(Ri) = \frac{q}{c_p \rho} \left(\frac{g}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|^{-\frac{1}{2}} v_*^{-2} = Ri^{1/2}$ 。与不稳定状态不同, 它没有状态的过渡发生。随层结增大, 湍流交换单调地减小, 直至衰竭。

4) 由相似理论构成了特征尺度 L_{Ri} , 并由此而建立了一个更加简便合理的湍流交换模式。

参 考 文 献

[1] Будыко, М. И., 自然条件下的蒸发 (中译本), 科学出版社, 1958.

[2] Гадян, Л. С., Лайхтман, Д. Л., ..., Основы динамической метеорологии, ГЛ. XII, Гидромете

- издат. Ленинград, 1955.
- [3] Deason, E. L., Vertical diffusion in the lowest layers of the atmosphere, *Q. J. Roy. Met. Soc.* 75 (1949).
- [4] Монин, А. С., Обухов, А. М., Безразмерные характеристики турбулентности в приземном слое атмосферы, *ДАН СССР*, т. 93, 1953, 257.
- [5] 苏从先, 关于层结大气中近地层湍流交换的基本规律性, *气象学报* 30 (1959).
- [6] Монин, А. С., Обухов, А. М., Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое, *Тр. Геоф. Ин-та*, № 24 (151), 1954.
- [7] Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М., *連續介质力学 (中譯本) 第一册*, 高教出版社, 1958.
- [8] Priestley, C. H. B., *Turbulent transfer in the lower atmosphere*, The university of Chicago Press, 1959.
- [9] Priestley, C. H. B., Free and forced convection in the atmosphere near the ground, *Q. J. Roy. Met. Soc.*, 81 (1955).
- [10] Taylor, R. J., Some measurements of heat flux at large negative Richardson's number, *Q. J. Roy. Met. Soc.*, 82 (1956).
- [11] Перепелкина, А. В., Об определении турбулентного потока тепла, *Изв. АН СССР. сер. геоф.* № 7, 1959.
- [12] Перепелкина, А. В., О характеристиках турбулентности приземного слоя в условиях свободной конвекции. *Изв. АН СССР, сер. геоф.* № 2, 1962.
- [13] Гурвич, А. С., Изменение напряжений трения в приземном слое атмосферы, *Изв. АН СССР, сер. геоф.* № 3, 1961.
- [14] Гурвич, А. С., О турбулентном потоке количества движения при неустойчивой стратификации приземного слоя атмосферы, *Изв. АН СССР, сер. геоф.* № 11, 1961.
- [15] Kiyohide Takench, On the structure of the turbulent field in the surface boundary layer, *Jour. Met. Soc. Japan* 39 (1961).
- [16] Lettan, H. H., Davidson, B., *Exploring the atmosphere's first mile vls 1, 2*, Pergamen Press, 1957.
- [17] 苏从先, 层结大气中近地层湍流. *气象学报*, 29 (1958).
- [18] Yamamoto, G., Theory of turbulent transfer in non-neutral conditions. *J. Met. Soc. Japan*, Ser. II, 37, 1959.
- [19] Ellison, T. H., Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane. *J. Fluid Mech.*, VI, 2, P. 5, 456—466, 1957.

ON THE EFFECTS OF THERMAL STRATIFICATION ON THE TURBULENT EXCHANGE IN THE DIABATIC SURFACE LAYER

SU TSUNG-SHIAN

(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica, Lanchow)

ABSTRACT

In this paper, the effects of stratification on turbulent exchange in the surface layer of the atmosphere are studied from the viewpoint of similarity theory and dimensional analysis. Using data recently published, the size of the experiment coefficient D in the universal function of the turbulent exchange are calculated. A scheme of transition from forced to free convection, which shows a rather smooth character. Based on a characteristic length L_{Ri} , the author set up a model of turbulent exchange in diabatic surface layer.