研究通讯

二次数环的不具有 Goldbach 性质的扩环

本文是前一文«一类不具有 Goldbach 性质的可换环»的续篇，在前文基础上进一步得到如下的定理：

定理 1 对任何 2 次代数整数环 J，都存在 J 的扩环 R，它适合：(a)R 是有 1 的可换环．(b)R 含有无限多素元．(c)R 含有无限多合元．(d)R 不适合 Goldbach 性质．

至此，结合以前另一文«一类具有 Goldbach 性质的可换环»的结果，可以知道，对于任何 2 次数环，Goldbach 性质都具有某种(明显意义下的)独立性．

另外，文中指出，利用本文及前文中诸引理，还能得出如下两个更强形式的互相对照的结果：

定理 2 对任何 2 次代数整数环 J，都存在 J 的扩环 R，它适合上述性质(a)至(c)及下列的：

(d_2) R 中存在非 0 非单位的元 α 使得对每一正整数 n，$n\alpha$ 都不是 R 中 n 个素元的和．

定理 2′ 对任何 2 次代数整数环 J，都存在 J 的扩环 R，它适合上述性质(a)至(c)及下列的：

(d'_2) 对 R 中每一非 0 非单位的元 α 及每一正整数 $n>1$，$n\alpha$ 都是 R 中 n 个素元的和．

注意：(d_2)和(d'_2)这两条性质，各自远强于另一条的否定．

至于更高次代数整数环的情况，有待日后继续考虑．

定理的证明将另行发表．

王世强　武　涛
(北京师范大学数学系)

用实常阵补偿器实现对角优势的设计技术

七十年代，以 Rosenbrock 为代表的英国学派用频率域方法研究多变量线性系统，创立了借助计算机辅助进行多变量控制系统设计的一整套方法．在这个方法中用前后补偿器将系统的传递阵(或逆阵)补偿成对角优势，是设计控制系统的关键，特别是能否用简单易实现的实常阵补偿器，将系统补偿成对角优势，更是人们所关切的问题．本文给出了用实常阵补偿器补偿系统传递阵为对角优势的充分性定理和必要性定理，及按一种较好的对角优势尺度，确定实常补偿器的数学表达式．

定理 1 (必要性) 一个实常阵 K，补偿系统传递阵 $G(s)$，使 $N(s)=KG(s)$ ($\forall s=j\omega$ $0\leqslant\omega\leqslant\omega_0$)，为对角优势的必要条件是阵 $-N_i$，$i=1,2,\cdots,m$ 为不是非负定阵．其中

$$N_i \triangleq C_i - D_i,$$

$$C_i \triangleq \alpha_{\cdot i}\alpha^{\tau}_{\cdot i} + \beta_{\cdot i}\beta^{\tau}_{\cdot i},$$

$$D_i \triangleq \sum_{\substack{l\neq i\\ l=1}}^{m} \alpha_{\cdot l}\alpha^{\tau}_{\cdot l} + \beta_{\cdot l}\beta^{\tau}_{\cdot l},$$

$$\alpha_{\cdot i} \triangleq \mathrm{Re}\begin{bmatrix} g_{1i}(s)\\ g_{2i}(s)\\ \vdots\\ g_{mi}(s)\end{bmatrix},\quad \beta_{\cdot i} \triangleq \mathrm{Im}\begin{bmatrix} g_{1i}(s)\\ g_{2i}(s)\\ \vdots\\ g_{mi}(s)\end{bmatrix}.$$

定理 2 (充分性) 一个实常阵 K，补偿系统传递阵 $G(s)$，使 $N(s)=KG(s)$ ($\forall s=j\omega$ $0\leqslant\omega\leqslant\omega_0$)为对角优势的充分条件是 $-M_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为不是非负定阵．其中

$$M_i \triangleq C_i - E_i,$$

$$E_i \triangleq \sum_{\substack{l\neq i\\ l=1}}^{m} (m-1)[\alpha_{\cdot l}\alpha^{\tau}_{\cdot l} + \beta_{\cdot l}\beta^{\tau}_{\cdot l}].$$

定理 3 求补偿系统传递阵为对角优势的实常阵补偿器 K，可归结为求

$$\min_{K_i^{\tau}} \quad \phi_i = \frac{K_iE_iK_i^{\tau}}{K_iC_iK_i^{\tau}},$$

即求对应于

$$(C_i^{-1}E_i - \lambda I)K_i^{\tau} = 0$$

的最小本征值所对应的最小本征矢量．

王　世　林
(中国科学院系统科学研究所)
开　平　安
(华北电力学院)