

## 最佳齐波夫分布律拟合线数组的计算判定及其 在某金、银矿带资源总量预测中的应用

谢巧荪 王小军

(郑州地质学校)

笔者通过试验,提出一种用首数秩次递增计算来求解最佳齐波夫分布律拟合线数组的数学方法。文中提供了BASIC语言的计算机程序,使求解更为方便。用该法对某金、银矿带的资源总量预测,效果较好。



工作方法

自1977年考兰德首次运用齐波夫分布律(以下简称齐律)预测赞比亚铜矿带的铜资源总量得到认可后,对齐律的研究才被地质界重视起来。

齐律是1949年齐波夫在他的著作《人类行为与最省力原理》中提出的。齐律表述为:如有一随机数组,将其从大到小排列后,如果最大数是次大数的2倍,是第三大数的3倍,依此类推,则该数组服从齐律。

尽管某成矿带(区)的找矿勘探程度很高,也难以判断出这个成矿带(区)内同一成因的所有矿体储量已查明,从而证明各个矿体储量数的分布是服从齐律的。因此,很难从找矿勘探实践检查的角度来证明齐律在资源总量预测应用中的正确性。这是齐律应用于资源总量预测中的一个根本问题,在此不拟讨论。本文主要研究的是,假定矿体储量数分布服从齐律的前提下,如何用算法判定最佳齐律拟合线数组及其在总量预测中的应用。

由于齐律可视为巴内托律的极限状态,故齐律可表述为:

$$S_m \cdot S_n = n \cdot m$$

式中,  $S_m$  为秩等于  $m$  项的值;  $S_n$  为秩等于  $n$  项的值。

用对数式表示,即为:

$$\log S_m - \log S_n = \log n - \log m$$

也就是说秩为  $m$ ,  $n$  项值的对数差等于秩  $n$ ,  $m$  的对数差。故有:

$$\frac{\log S_m - \log S_n}{\log m - \log n} = -1 \text{ 或}$$

$$\frac{\log S_n - \log S_m}{\log m - \log n} = 1$$

因此,在双对数纸上服从齐律的数组表现为斜率为  $\pm 1$  或与横坐标轴交角的  $135^\circ$  的直线。这就是以往人们常用秩/值图解法在双对数纸上检验或求解随机数组是否服从齐律的缘由。

但是,用秩/值图解法求解齐律,尚存在问题,因为在双对数纸上,斜率为  $-1$  或与横坐标轴交角为  $135^\circ$  的齐律拟合线可有許多。怎样求解其中的最佳齐律拟合线呢?笔者通过试验,提出一种用首数秩次递增算法(下称算法)求解最佳齐律拟合线的数学方法,这无疑对用齐律预测资源总量的工作,具有一定的意义。

## 计算法及其数学模型

计算法的基本指导思想是:

1. 假设某一成矿带(区)中, 同一成矿作用形成的各个矿体(床)储量数的分布服从齐律。

2. 采用首数秩次递增, 即假设在某成矿带(区)中已发现的各个矿体, 按储量大小排序后, 根据齐律本身的含义, 选用其首数进行所谓秩次扫视, 就能判断出已发现的各个矿体储量数的秩次:

秩次(取整数)

$$\frac{\text{首数赋秩后的矿带中某最大矿体储量数}}{\text{已知某矿体储量数}} \quad (1)$$

3. 由齐律可推导出预测的某一矿体的储量数等于首次赋秩后的矿带中某最大矿体的储量数, 除以秩次, 故有:

$$\frac{\text{预测矿体储量数}}{\frac{\text{首数赋秩后的矿带中某最大矿体储量数}}{\text{秩次}}} \quad (2)$$

很明显, 由于多种原因, 在预测某一矿体储量数和已探明的已知某矿体储量数之间往往存在有误差, 而误差可正可负, 为减少负数运算的麻烦, 取误差平方。可见, 取误差平方和为最小值的数组拟合为最佳齐律拟合数组是比较合理的。

这样无须图解检验和拟合, 只要通过上述的计算就可判定出最佳齐律拟合线数组。并在此基础上判断缺秩, 进一步预测出该带(区)的资源总量。

根据上述思想, 即可得到求解最佳齐律拟合线数组的数学模型:

1. 设某矿带(区)中有 $n$ 个矿体, 各个矿体的储量数, 按大小排序后为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 并假设数组 $\{x_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )服从齐律, 即可称该数组为假设数组或预测数组。

2. 该带(区)已发现矿体 $p$ 个, 将探明各个矿体的储量数, 按大小排序后为 $y_1, y_2, \dots, y_p$ 。很明显, 数组 $\{y_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ )是数组 $\{x_i\}$ 总体的容量为 $p$ 的一个样本, 称该数组为实测数组。

3. 从计算法的指导思想出发,  $y_i$ 是 $\{y_i\}$ 数

组的首数(即最大数)。当赋予 $y_i$ 为秩1时, 即表明矿带(区)中最大储量数的矿体已发现, 故 $y_1 = x_1$ , 这时,  $y_2, \dots, y_p$ 在矿带(区)中应居哪一个秩, 可用公式(1)求出, 即:

$$\text{秩次} \{i_1, i_2, i_3, \dots, i_p\} = \left[ \frac{y_i}{y_1} + 0.5 \right] \quad (3)$$

式中,  $i = 1, 2, 3, \dots, p$ ;  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_p$ ;  $[ ]$ 表示取整数。

4. 已假设数组 $\{x_i\}$ 服从齐律, 并说明数组 $\{y_i\}$ 是数组 $\{x_i\}$ 的一个样本。故当 $x_1 = y_1$ 确定后, 根据齐律的定义就可计算出服从齐律的数组 $\{x_i\} = \frac{y_i}{y_1} x_1$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ )。显然, 在实测数组与预测数组之间常存在误差 $\Delta_{ij}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ )。同理, 当赋予 $y_i$ 为秩2, 秩3,  $\dots$ , 秩 $n$ , 即有:  $i y_i = x_i$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ ), 因此有 $\Delta_{ij}$ 。再取误差平方和为最小值的数组判定为最佳齐律拟合线数组, 用 $Q_{\min}$ 表示, 即有:

$$Q_{\min} = \sum_{j=1}^p \Delta_{ij}^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

5. 按上述数学模型, 即可判断矿带中未发现的各矿体的秩和其相应的储量, 进而预测该矿带(区)的资源总量。

下面举一个假设的例子, 说明这个方法的具体计算步骤(表1):

1. 给出10个矿床的储量数字(表1的2栏), 称为实例数组。

2. 将实例储量按大小排序后, 登记于齐律首数递增秩次判断试验表中, 如表1中的1、2、3栏所示。

3. 将首数秩次递增赋秩, 求算每一首数赋秩后的每一探明矿体的秩次和按齐律分布在这一秩次上矿体应具有储量数, 如表1判断试验项的4~13各栏所示, 称为假设数组。

4. 求算实例数组和假设数组之间的误差 $\Delta$ , 记于表1中的2-4, 2-5,  $\dots$ , 2-13各栏中。

5. 求算2-4, 2-5,  $\dots$ , 2-13各栏的误差平方和 $\Sigma \Delta^2$ , 记于表1有关栏目中。

6. 用比较法判定误差平方和为最小值的栏

齐峰富磁道增秩次法判断试验表

原 组 号	判 断										试 验										新 秩									
	秩次及其齐度夫秩数 (秩/组)										差 ( $\Delta$ )																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	2-4	2-5	2-6	2-7	2-8		2-9	2-10	2-11	2-12	2-13	2-14	2-15		
A <sub>1</sub>	3.6	1	1/8.6	2/8.6	3/8.6	4/8.6	5/8.6	6/8.6	7/8.6	8/8.6	9/8.6	10/8.6			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7		
B <sub>1</sub>	5.6	2	1/8.6	3/5.7	4/6.4	5/8.6	7/6.1	8/6.45	9/6.6	10/6.8	12/6.4	13/6.6			-2	0.9	0.2	-0.2	0.5	0.2	0	-0.2	0.2	0			9			
C <sub>1</sub>	5.4	3	2/4.3	3/5.7	5/5.1	6/5.7	8/5.3	10/5.16	11/5.4	13/5.2	14/5.5	16/5.3			1.1	-0.3	0.3	-0.3	0.1	0.3	0	0.2	-0.1	0.1			11			
D <sub>1</sub>	3.5	4	2/4.3	5/3.4	7/3.6	10/3.4	12/3.5	15/3.4	17/3.5	20/3.4	22/3.5	25/3.4			-0.8	0.1	-0.1	0.1	0	0.1	0	0.1	0	0.1			17			
E <sub>1</sub>	3.1	5	3/2.8	6/2.8	8/3.2	11/3.1	14/3.0	17/3.0	19/3.1	22/3.1	25/3.0	28/3.0			0.3	0.3	-0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1			19			
F <sub>1</sub>	3.0	6	3/2.8	6/2.8	9/2.8	11/3.1	14/3.0	17/3.0	20/3.0	23/2.9	26/2.9	29/2.9			0.2	0.2	0.2	-0.1	0	0	0	0	0.1	0.1			20			
G <sub>1</sub>	2.8	7	3/2.8	6/2.8	9/2.8	12/2.8	15/2.8	18/2.8	21/2.8	24/2.8	27/2.8	30/2.8			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			21			
H <sub>1</sub>	2.6	8	3/2.8	7/2.4	10/2.5	13/2.6	17/2.5	20/2.5	23/2.6	26/2.6	30/2.5	33/2.6			-0.2	0.2	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0			23			
I <sub>1</sub>	2.3	9	4/2.1	7/2.4	11/2.3	15/2.2	19/2.2	22/2.3	26/2.3	30/2.2	34/2.2	37/2.3			0.2	-0.1	0	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0.1			26			
J <sub>1</sub>	2.1	10	4/2.1	8/2.1	12/2.1	16/2.1	20/2.15	25/2.0	29/2.0	32/2.1	37/2.0	41/2.0			0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.1				29			
$\Sigma \Delta^2$															6.06	1.09	0.2	0.16	0.29	0.17	0.01	0.12	0.1	0.05						

目, 这就是所求最佳齐律拟合线数组, 用“V”标出。

7. 在表 1 结果项目中, 将已发现矿体的新秩列出, 进而找出该成矿带(区)中未发现矿体的秩, 如表 1 结果栏目中(1), (2), ..., (27~28) 等所示。

8. 以拟定的最小矿体储量数为基准, 求算各秩的储量总数, 扣除已探明矿体的储量数, 即为该成矿带(区)资源潜在数, 为开展该成矿带(区)的找矿工作提供依据。

计算表明, 表 1 中第 10 栏为最佳齐律拟合线数组。

应强调的是, 当最佳数组重复出现时, 应取其中首数赋秩最小的数组。同理, 当赋秩次数呈倍数关系, 其误差平方和相近, 且都小于其余赋秩数组的误差平方和时, 则应取其中首数赋秩次数的最小的数组为最佳齐律拟合线数组。

此外, 对首数进行秩次递增, 递增到多少秩才能判定最佳齐律拟合线数组已经求解?

通过试算后认为, 有以下几种情况, 可分别予以处理:

若有资料能够判明某区的最大矿体已经发现。如下面对某区银矿所作的预测那样, 在这种情况下, 赋秩 1 次即可算出结果。如已发现大矿(不是最大矿), 根据试验, 赋秩一般小于 5 次即可求解。如无大矿发现, 则赋秩的次数增大, 一般也不超过 10 次。总之, 赋秩的次数与该矿带(区)的勘探程度有关; 与已探明的矿床规模有关。

计算法可用手算得出结果, 用电算求解则更为方便。为此, 我们用 BASIC 语言, 设计了计算法程序如下, 可供使用。

#### 最佳齐律拟合线数组计算机程序

LIST

```
10 INPUT "N?, M?, P?, V?"; N, M, P, V
20 DIM Y(N), B(N), Q(N), X(P)
30 FOR I = 1 TO N
40 READ Y(I)
50 NEXT I
```

```
60 FOR I = 1 TO N
70 FOR J = I TO N
80 IF Y(I) > Y(J) GOTO 100
90 A = Y(I):Y(I) = Y(J):Y(J) = A
100 NEXT J
110 NEXT I
115 FOR I = 1 TO M
120 A = I * Y(1)
125 FOR J = 2 TO N
130 B(J) = INT(A/Y(J) + 0.5)
140 B(J) = A / B(J)
150 B(J) = (Y(J) - B(J)) ^ 2
160 Q(I) = Q(I) + B(J)
170 NEXT J
175 PRINT "Q("; I; ")="; Q(I)
180 NEXT I
185 A = Q(1)
190 FOR I = 1 TO M
200 IF A < Q(I) GOTO 220
210 A = Q(I):L = I
220 NEXT I
230 A = L * Y(1)
235 PRINT "A="; A, "L="; L
240 FOR I = 1 TO P
250 X(I) = A / I
265 IF X(I) < V GOTO 290
270 D = D + X(I)
280 F = I
290 NEXT I
300 PRINT "D="; D, "F="; F
305 SCZ = 0
310 FOR I = 1 TO N
320 SCZ = SCZ + Y(I)
330 NEXT I
335 PRINT "SCZ="; SCZ
340 UCQL = 1 - SCZ / D
350 PRINT "UCQL="; UCQL
9999 END
```

程序说明:

1. 主要变量, 数组说明:

N—已知矿体的个数;

M—赋秩次数;

P—最佳拟合数组所要取的秩次(一般要给的稍大些, 程序会自动舍取);

V—所要预测的矿体储量的下限;

A—最佳拟合数组的首项;

$L$ —最佳拟合的秩次;

$Y(N)$ —已知矿体的储量数组;

$B(N)$ —先放每次拟合后的已知矿体在拟合数组中的秩次,再放拟合储量数,最后放误差平方值;

$Q(N)$ —每次拟合的误差平方和;

$X(P)$ —最佳拟合数组;

$D$ —预测总量;

$SCZ$ —已知矿体储量之和;

$UCQL$ —预测资源潜力百分比;

2. 输出计算结果说明:

1) 每次赋秩的误差平方和  $Q(i) = (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

2) 最佳拟合数组的首项  $A =$

3) 最佳拟合数组的赋秩次数  $L =$

4) 预测总量  $D =$

5) 所取的秩次数  $P =$

6) 预测资源潜力的百分比  $UCQL =$

3. 操作说明:

首先在程序的 350 语言后, 加上 DATA 语句, 列入所预测的矿带(区)上已知矿体的储量, 然后, 就可 RUN。

屏幕提示  $N?$ ,  $M?$ ,  $P?$ ,  $V?$  依次键入, 回车后, 即得出结果。

对某金、银矿带资源总

量的预测

1. 对某金矿带资源总量的预测

某金矿带已发现矿脉数百条, 是一个很有远景的金矿成矿带。一些单位曾用主观概率法(德尔菲法)对该区金矿资源总量做过预测。现将用齐波夫律算法预测其金矿资源总量的情况介绍如下:

1) 已知矿床(脉)探明储量;

经过详查一勘探评价, 该区已探明的各条矿脉的金储量如表 2 所列。

这些数字已经作了某种变换, 但不影响最终的结论。

2) 据表 2 数据, 用算法(电算)进行最佳

表 2

编号	储量 (t)	原秩	编号	储量 (t)	原秩
A	28.4	1	G	4.4	7
B	20.3	2	H	2.7	8
C	10.4	3	I	2.4	9
D	8.0	4	J	2.0	10
E	4.8	5	K	1.8	11
F	4.5	6	L	1.1	12

$\Sigma = 90.8 (t)$

齐律拟合线数组的计算判断, 其拟合误差平方和如下:

$$Q(1) = 67.4776897$$

$$Q(2) = 2.82756507$$

$$Q(3) = 1.14221158$$

$$Q(4) = 1.89383566$$

$$Q(5) = .0889128864$$

$$Q(6) = 1.08154445$$

$$Q(7) = .186045859$$

$$Q(8) = .148253352$$

$$Q(9) = .439805541$$

$$Q(10) = .027865639$$

从上列数中可见, 首数赋秩为 5, 10 时, 其误差平方和相近, 且都小于其他赋秩的误差平方和。根据前述, 故取赋秩 5 的数组为最佳齐律拟合线数组, 其结果如表 3 所示。

3) 计算出某金矿带黄金资源总量的预测结果如表 4。

算法预测表明, 该区的资源潜力很大, 这一成果可供有关单位参考。

表 3

实测数组	原秩	最佳齐律拟合线数组		实测数组	原秩	最佳齐律拟合线数组		新秩
		新秩	拟合值			新秩	拟合值	
28.4	1	28.4	5	4.4	7	4.4		52
20.3	2	20.2	7	2.7	8	2.6		53
10.4	3	10.1	14	2.4	9	2.4		59
8.0	4	7.8	18	2.0	10	2.0		71
4.8	5	4.7	30	1.8	11	1.8		78
4.5	6	4.4	32	1.1	12	1.1		129

用计算法预测某金矿带金总量结果表 (电算) 表 4

储量基准 (t)	取秩	已知储量 (t)	预测储量 (t)	资源潜力 (t)	资源潜力 (%)
> 1	142	90.8	786.191	695.391	88.45
· 5	28	67.1	557.658	490.558	87.9
· 20	7	48.7	368.18	319.48	86.77

2. 对某银矿带资源总量的预测

用同法, 其预测结果列于表 5。

笔者曾征询过在该区工作过的专家, 他对该区的银资源潜力百分比主观概率估计与预测结果是十分相近的 (估计为 30~40%)。

某银矿带银资源总量预测结果表 (电算) 表 5

储量基准 (t)	取秩	已知储量 (t)	预测储量 (t)	资源潜力 (t)	资源潜力 (%)
50	24	2588.95	4565.13	1976.18	43.28

应用齐律进行资源总量预测的关键问题之一, 是求解最佳齐律拟合线。求解最佳齐律拟合线数组的数学方法很多, 相信本文提供的数学方法并非唯一的, 但应遵循齐波夫指出的人类行为的最省力原理, 来探求出既能求解又最省力的数学方法。

### Computational Criterion for Best Fitting Line Data by Zipf Law and Its Application in Resources Prediction

Xie Qiaoxun Wang Xiaojun

(Zhengzhou Geological School)

#### Abstract

In this paper the author advances the first rank successive increasing method for best fitting line data by zipf law. A BASIC computer program is also provided. This method has been used to resources prediction for a Au-Ag ore belt and good result was yielded.

## 快速排序算法的微机应用程序

张 益 民

(中南冶金地质研究所)

介绍了一种改进的快速排序算法, 给出一个可直接在 IBM-PC/XT 机上,

用 BASIC 语言编写的快速排序程序。本程序具有非递归调用、快速排序、更趋稳定的时间复杂性等特点。

在物化探数据处理中, 常利用大量离散的、非规则网分布的场观测数据, 进行网格化处理。为提高此项工作的效率, 通常先要对观测数据按测点的某一坐标值进行排序。当观测点数量较大时, 用一般的排序算法相当费时, 普通微型机难以实现这一过程。当前, 在利用微型机进行各种事务管理及数据和表格处理过程中, 排序和检索是最基本的操作。检索速度是衡量一个管理系统优劣的重要标志, 而检索总是在排序的基础上来实现的。这样, 排序方法的改进就十分必要。目前常用的排序方法有: 选择法、冒泡法、堆排

法、归并法等。尽管这些方法各有特色, 但其共同缺点是排序速度慢, 尤其是当排序的序列较长, 计算机运算速度不高时, 问题更为突出。因此, 又研究出一种快速排序新方法, 该法可在微机上实现较大的排序过程, 在微机管理应用中, 可提高管理程序运行效率。

#### 快速排序原理与方法

设有一  $N$  个元素的杂乱序列, 存放在数组  $A$  ( $N$ ) 的后  $N$  个数组元素中。如果运行如下一段 BASIC 程序: