

文章编号: 1002-0268 (2001) 03-0030-03

斜拉桥多模态抖振分析

卢伟, 强士中, 周述华

(西南交通大学桥梁及结构工程系, 四川 成都 610031)

摘要: 在已有桥梁抖振频域分析理论上, 着重考虑相同运动方向的模态耦合, 推出相应公式, 并对南京长江二桥进行了实例分析。

关键词: 斜拉桥; 抖振; 模态耦合

中图分类号: U448.27

文献标识码: A

Multimode Buffeting Analysis of Cable-stayed Bridge

LU Wei, QIANG Shi-zhong, ZHOU Shu-hua

(Civil Engineering School, Southwest Jiaotong University, Sichuan Chengdu 610031, China)

Abstract: On the basis of up-to-date buffeting theory of bridge in frequency domain, this paper stresses on the mode coupling of the same motion direction and presents numerical results with practical example to test the theory.

Key words: Cable-stayed bridge; Buffeting; Multimode coupling

0 绪言

随着跨长的不断增长, 大跨度桥梁的轻柔特性也日益明显。不可避免地, 抗风设计将成为这类桥梁设计中至关重要的环节。

风荷载包括静力风荷载和动力风荷载。其中, 动力风荷载起主要作用。

结构风致振动大致分为两类: 一类是在平均风作用下, 振动的桥梁从流动的风中汲取能量而产生的自激振动, 包括颤振、驰振; 一类是在脉动风作用下的强迫振动, 即抖振。涡激振虽带有自激振动性质, 但其响应为强迫型的限幅振动。故可认为这类振动具有双重性。

风速达到颤振临界风速时, 桥梁将发生发散性的失稳破坏。所以颤振问题历来受到足够的重视。经众多工程师和学者不懈努力, 桥梁的颤振问题从实用角度而言, 已基本得到解决。

桥梁的抖振虽不会产生毁灭性的破坏, 但持久的强迫振动会导致构件的疲劳和行车舒适性问题, 仍然

不容忽视。

针对大跨度桥梁的分析, 主要有 Davenport、Scanlan 及 Y. K. Lin 提出的 3 种有代表性的分析理论。上述方法都是基于频域的谱分析方法, 即认为结构响应是各阶振型响应迭加的结果。这种分析方法假定结构体系为线性且不随时间变化, 对于非线性较强的结构(如悬索桥)会产生较大的误差; 不过对于刚性较大的斜拉桥, 谱分析法仍有足够的精度。在以往的分析中, 通常只采用较少阶振型, 并且忽略振型间的耦合。当各阶自振频率靠得不太近时, 作如此简化是可行的。但当今的大跨度桥梁趋于轻柔, 自振频率相当密集。振型间的耦合不容忽视。

鉴于上述情形, 本文分析时采用多阶振型并对相同运动方向的振型耦合加以考虑, 推出相应公式。最后以南京长江二桥作为实例予以验证。

1 抖振响应分析

设 $h(x, t)$, $p(x, t)$, $\alpha(x, t)$ 分别表示大桥主梁竖向弯曲运动、侧向弯曲运动及扭转运动。

收稿日期: 2000-08-07

作者简介: 卢伟 (1971—), 男, 四川泸州人, 博士研究生, 1993年毕业于重庆大学工程力学系 工学学士, 1996年毕业于重庆大学固体力学专业, 工学硕士, 现为西南交通大学桥梁及隧道工程专业博士生。

$h_i(x)$, $p_j(x)$, $\alpha_k(x)$ 分别表示对应的振型; ξ_{h_i} , ξ_{p_j} , ξ_{α_k} 为相应的广义坐标; n_h , n_p , n_α 分别为对应的振型数目; B 为桥宽。其中, x 为沿桥向的坐标。则各方向的运动可写成

$$\begin{aligned} h(x, t) &= \sum_{i=1}^{n_h} h_i(x) B \xi_{h_i}(t) \\ p(x, t) &= \sum_{j=1}^{n_p} p_j(x) B \xi_{p_j}(t) \\ \alpha(x, t) &= \sum_{k=1}^{n_\alpha} \alpha_k(x) \zeta_{\alpha_k}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

而运动微分方程 (以桥梁断面扭心为参考点) 为

$$\left. \begin{aligned} m_{h_i} (\ddot{\xi}_{h_i} + 2\zeta_{h_i} \omega_{h_i} \dot{\xi}_{h_i} + \omega_{h_i}^2 \xi_{h_i}) &= L_i(x, t) \\ m_{p_j} (\ddot{\xi}_{p_j} + 2\zeta_{p_j} \omega_{p_j} \dot{\xi}_{p_j} + \omega_{p_j}^2 \xi_{p_j}) &= D_j(x, t) \\ m_{\alpha_k} (\ddot{\xi}_{\alpha_k} + 2\zeta_{\alpha_k} \omega_{\alpha_k} \dot{\xi}_{\alpha_k} + \omega_{\alpha_k}^2 \xi_{\alpha_k}) &= M_k(x, t) \end{aligned} \right\} (2)$$

其中, $L_i(x, t)$ 、 $D_j(x, t)$ 及 $M_k(x, t)$ 分别为广义气动升力、广义气动阻力和广义气动力矩; ω_{h_i} 、 ω_{p_j} 、 ω_{α_k} 为固有圆频率; ζ_{h_i} 、 ζ_{p_j} 、 ζ_{α_k} 为阻尼比; m_{h_i} 、 m_{p_j} 、 m_{α_k} 为广义质量。

$$\begin{aligned} m_{h_i} &= \int_0^L m(x) h_i^2(x) dx \\ m_{p_j} &= \int_0^L m(x) p_j^2(x) dx \\ m_{\alpha_k} &= \int_0^L I(x) \alpha_k^2(x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

这里, $m(x)$ 与 $I(x)$ 分别是单位跨长的质量及单位跨长的转动惯量 (相对于扭心)。

单位跨长的升力, 阻力和气动力矩可认为由两部分组成: 一部分是与结构运动相关的自激力; 一部分是与运动独立的抖振力。即

$$\begin{aligned} L_i(x, t) &= \int_0^L h_i(x) (L_s + L_b) dx \\ D_j(x, t) &= \int_0^L p_j(x) (D_s + D_b) dx \\ M_k(x, t) &= \int_0^L \alpha_k(x) (M_s + M_b) dx \end{aligned} \quad (4)$$

式中, 下标 s 与 b 分别表示自激力和抖振力。

自激力以气动导数描述

$$\left. \begin{aligned} L_s &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KH_1^* \frac{h}{U} + KH_2^* \frac{B\alpha}{U} + K^2 H_3^* \alpha \right] \\ D_s &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[KP_1^* \frac{p}{U} + KP_2^* \frac{B\alpha}{U} + K^2 P_3^* \alpha \right] \\ M_s &= \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[KA_1^* \frac{h}{U} + KA_2^* \frac{B\alpha}{U} + K^2 A_3^* \alpha \right] \end{aligned} \right\} (5)$$

式中, ρ 是空气密度; U 是来流平均风速; $K = B\omega/U$

是折减频率; 气动导数 H_i^* , P_i^* , A_i^* , $i=1, 3$ 是折减频率 K 的函数, 由节段模型实验决定。

为真实地反映非定常流的影响, 需要引入气动导纳函数 (aerodynamic admittance function) 对拟定常形式的抖振力加以修正。设时域气动导纳函数为 $x_1(t) \sim x_5(t)$, 有

$$\left. \begin{aligned} L_b &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \left\{ C_L(\alpha_0) \left[2 \frac{u(x, t)}{U} \right] \chi_1(t) \right. \\ &\quad \left. + \left[C_L'(\alpha_0) + \frac{A}{B} C_D(\alpha_0) \right] \frac{w(x, t)}{U} \chi_2(t) \right\} \\ D_b &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \left\{ \frac{A}{B} C_D(\alpha_0) \left[2 \frac{u(x, t)}{U} \right] \chi_3(t) \right\} \\ L_6 &= \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left\{ C_M(\alpha_0) \left[2 \frac{u(x, t)}{U} \right] \chi_4(t) \right. \\ &\quad \left. + C_M'(\alpha_0) + \frac{w(x, t)}{U} \chi_5(t) \right\} \end{aligned} \right\} (6)$$

将(5)(6)式代入方程(4)中

$$\left. \begin{aligned} \xi_{h_i} + 2\zeta_{h_i}' \Omega_{h_i} \dot{\xi}_{h_i} + \Omega_{h_i}^2 \xi_{h_i} &= \frac{1}{m_{h_i}} \int_0^L L_b h_i(x) dx \\ \xi_{p_j} + 2\zeta_{p_j}' \Omega_{p_j} \dot{\xi}_{p_j} + \Omega_{p_j}^2 \xi_{p_j} &= \frac{1}{m_{p_j}} \int_0^L D_b p_j(x) dx \\ \xi_{\alpha_k} + 2\zeta_{\alpha_k}' \Omega_{\alpha_k} \dot{\xi}_{\alpha_k} + \Omega_{\alpha_k}^2 \xi_{\alpha_k} &= \frac{1}{m_{\alpha_k}} \int_0^L M_b \alpha_k(x) dx \end{aligned} \right\} (7)$$

式中, $\Omega_{h_i} = \omega_{h_i}$; $\Omega_{p_j} = \omega_{p_j}$;

$$\begin{aligned} \Omega_{\alpha_k} &= \sqrt{\omega_{\alpha_k}^2 - \rho B^4 \omega^2 A_3^* G_{\alpha_k \alpha_k} / m_{\alpha_k}}; \\ \zeta_{h_i}' &= \frac{1}{2\Omega_{h_i}} \left[2\zeta_{h_i} \omega_{h_i} - \rho B^2 \omega H_1^* G_{h_i h_i} / m_{h_i} \right]; \\ \zeta_{p_j}' &= \frac{1}{2\Omega_{p_j}} \left[2\zeta_{p_j} \omega_{p_j} - \rho B^2 \omega P_1^* G_{p_j p_j} / m_{p_j} \right]; \\ \zeta_{\alpha_k}' &= \frac{1}{2\Omega_{\alpha_k}} \left[2\zeta_{\alpha_k} \omega_{\alpha_k} - \rho B^4 \omega A_2^* G_{\alpha_k \alpha_k} / m_{\alpha_k} \right]. \end{aligned}$$

这里, 定义模态积分

$$G_{r_m s_n} = \int_0^L r_m(x) s_n(x) dx \quad (8)$$

式中, $r_m = h_m, p_m, \alpha_m$; $s_n = h_n, p_n, \alpha_n$ 。

(7)式中, 忽略了不同运动方向间的耦合。

根据随机振动理论, 经一系列推导, 得到如下形式的响应功率谱密度

$$\left. \begin{aligned} S_{hh}(x, \omega) &= \sum_{i=1}^{n_h} \sum_{j=1}^{n_h} B^2 h_i(x) h_j(x) S_{\xi_{h_i} \xi_{h_j}}(\omega) \\ S_{pp}(x, \omega) &= \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} B^2 p_i(x) p_j(x) S_{\xi_{p_i} \xi_{p_j}}(\omega) \\ S_{\alpha\alpha}(x, \omega) &= \sum_{i=1}^{n_\alpha} \sum_{j=1}^{n_\alpha} \alpha_i(x) \alpha_j(x) S_{\xi_{\alpha_i} \xi_{\alpha_j}}(\omega) \end{aligned} \right\} (9)$$

其中, 广义坐标的功率谱密度为

$$\left. \begin{aligned} S_{\xi_{h_i h_j}}^{\xi_{h_i h_j}}(\omega) &= \frac{1}{m_{h_i} m_{h_j}} (\rho U)^2 |J_{h_i h_j}(\omega)|^2 |H_{h_i h_j}(\omega)|^2 S_L(\omega) \\ S_{\xi_{p_i p_j}}^{\xi_{p_i p_j}}(\omega) &= \frac{1}{m_{p_i} m_{p_j}} (\rho U)^2 |J_{p_i p_j}(\omega)|^2 |H_{p_i p_j}(\omega)|^2 S_D(\omega) \\ S_{\xi_{\alpha_i \alpha_j}}^{\xi_{\alpha_i \alpha_j}}(\omega) &= \frac{1}{m_{\alpha_i} m_{\alpha_j}} (\rho U B)^2 |J_{\alpha_i \alpha_j}(\omega)|^2 |H_{\alpha_i \alpha_j}(\omega)|^2 S_M(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中, $|J_{h_i h_j}(\omega)|^2$, $|J_{p_i p_j}(\omega)|^2$, $|J_{\alpha_i \alpha_j}(\omega)|^2$ 分别为三个运动方向的联合接受函数。

$$|J_{r_m s_n}(\omega)|^2 = \int_0^L \int_0^L r_m(x_1) s_n(x_2) \exp\left[-\frac{c\omega}{2\pi U} |x_1 - x_2|\right] dx_1 dx_2 \quad (11)$$

这里, $r_m = h_m, p_m, \alpha_m$; $s_n = h_n, p_n, \alpha_n$; $\exp\left[-\frac{c\omega}{2\pi U} |x_A - x_B|\right]$ 是反映变化风速空间相关程度的系数, c 取值范围为 7~21, 取值较小时, 相关程度较强。通常可以取 $c=10$ 。而

$$\begin{aligned} |H_{h_i h_j}(\omega)|^2 &= \frac{\left(\Omega_{h_i}^2 - \omega^2\right) \left(\Omega_{h_j}^2 - \omega^2\right) + 4\zeta_{h_i}' \zeta_{h_j}' \Omega_{h_i} \Omega_{h_j} \omega^2}{\left[\left(\Omega_{h_i}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{h_i}'^2 \Omega_{h_i}^2 \omega^2\right] \left[\left(\Omega_{h_j}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{h_j}'^2 \Omega_{h_j}^2 \omega^2\right]} \\ |H_{p_i p_j}(\omega)|^2 &= \frac{\left(\Omega_{p_i}^2 - \omega^2\right) \left(\Omega_{p_j}^2 - \omega^2\right) + 4\zeta_{p_i}' \zeta_{p_j}' \Omega_{p_i} \Omega_{p_j} \omega^2}{\left[\left(\Omega_{p_i}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{p_i}'^2 \Omega_{p_i}^2 \omega^2\right] \left[\left(\Omega_{p_j}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{p_j}'^2 \Omega_{p_j}^2 \omega^2\right]} \\ |H_{\alpha_i \alpha_j}(\omega)|^2 &= \frac{\left(\Omega_{\alpha_i}^2 - \omega^2\right) \left(\Omega_{\alpha_j}^2 - \omega^2\right) + 4\zeta_{\alpha_i}' \zeta_{\alpha_j}' \Omega_{\alpha_i} \Omega_{\alpha_j} \omega^2}{\left[\left(\Omega_{\alpha_i}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{\alpha_i}'^2 \Omega_{\alpha_i}^2 \omega^2\right] \left[\left(\Omega_{\alpha_j}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\zeta_{\alpha_j}'^2 \Omega_{\alpha_j}^2 \omega^2\right]} \end{aligned}$$

此外,

$$S_L(\omega) = C_L^2 |\chi_1|^2 S_{uu}(\omega) + \frac{1}{4} \left(C_L' + \frac{A}{B} C_D \right)^2 |\chi_2|^2 S_{ww}(\omega) \quad (12)$$

$$S_D(\omega) = \left(\frac{A}{B} C_D \right)^2 |\chi_3|^2 S_{uu}(\omega) \quad (13)$$

$$S_M(\omega) = C_M^2 |\chi_4|^2 S_{uu}(\omega) + \frac{1}{4} C_M'^2 + |\chi_5|^2 S_{ww}(\omega) \quad (14)$$

$S_{uu}(\omega)$ 与 $S_{ww}(\omega)$ 分别为水平及垂直脉动风速功率谱密度。

结构响应的方差为

$$\begin{aligned} \sigma_p^2(x) &= \int_0^\infty S_{pp}(x, \omega) d\omega \\ \sigma_\alpha^2(x) &= \int_0^\infty S_{\alpha\alpha}(x, \omega) d\omega \\ \sigma_h^2(x) &= \int_0^\infty S_{hh}(x, \omega) d\omega \end{aligned} \quad (15)$$

2 几个参数的选取

从上面分析可知, 获得桥梁节段的气动导数是精确分析抖振响应的重要前提。在实际分析中, 通常只能获得 H_i^* , A_i^* ($i=1, \dots, 3$) 6 个导数; 侧向气动导数 P_i^* ($i=1, \dots, 3$) 一般无实验数据可资参考, 可考虑采用如下的拟定常近似式^[3]。

$$\begin{aligned} P_1^*(K) &= -2C_D/K \\ P_2^*(K) &= C_D'/K \\ P_3^*(K) &= C_D'/K^2 \end{aligned} \quad (16)$$

式中, C_D 为阻力系数; C_D' 为阻力系数曲线斜率; K 为折减频率。

通常, 为简化计算, 桥梁扁平断面的气动导纳函数采用 Sears 函数 Liepmann 简化式

$$|\chi_i(K)|^2 = 1 / (1 + \pi K) \quad i=1, \dots, 5 \quad (17)$$

脉动风速的功率谱密度函数为紊流中各频率成分贡献大小的量度。桥梁工程中, 通常水平脉动风速谱选取 Simiu 谱; 而垂直脉动风速谱则选用 Lumly-Panofsky 谱。

3 实例分析

南京长江二桥主桥为带辅助墩的双塔斜索面钢箱梁斜拉桥, 主跨 628m, 主桥跨度布置为 58.5m + 246.5m + 628m + 246.5m + 58.5m = 1238m。桥塔为混凝土结构, 由双柱组成倒 Y 型, 塔高 195m。斜拉索为扇形布置, 每一扇面由 20 对斜拉索组成, 标准索距 15m。主梁为带风嘴的闭口钢箱梁, 梁高 3.5m, 主梁总宽 37.2m。

大桥桥址处的风速沿高度分布的幂指数为 0.142, 地表状况介于第 I 和第 II 类地表粗糙度之间 (0.12~0.16), 故地表粗糙长度取 0.03m。大桥桥面高度处的设计基准风速取 $U_d=40\text{m/s}$ 。

结构自振特性由子空间迭代法计算。文中取前四十阶模态参与分析。表 1 中列出了在不同平均风速下, 主梁跨中及四分点处的响应值。

从表 1 可见, 竖向位移响应的耦合效应最为明显, 最大相对差值接近 5%; 侧向及扭转位移响应的耦合效应相对较小。当平均风速较低时, 耦合效应并不显著, 随着风速增加, 耦合效应逐渐加大。

4 结束语

(1) 基于多模态耦合的抖振频谱分析方法较一般抖振频谱分析方法, 考虑更全面深入, (下转第 42 页)

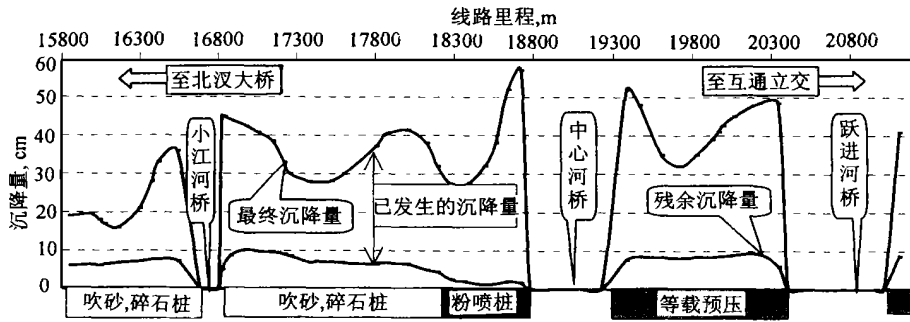


图3 八卦洲地基最终沉降量与工后残余沉降量分布图

6个段面均合格。

(3) 桩间土标准贯入试验成果表明, 场地内粉细砂层经碎石桩加固后改善效果显著, 强度及变形指标均有较大的提高, 其复合地基容许承载力大于180kPa, 压缩模量大于8.5MPa, 已完成最终沉降量在80%以上。

(4) 根据桩间土标准贯入试验按《公路工程抗震设计规范》规定, 6个段面在地震烈度7度设防时液化已基本消除。

(5) 挤密碎石桩处理八卦洲引线工程的粉细砂地基, 使其挤密作用、排水固结、预压作用得到了有效

的发挥, 证明该工程处理措施合理正确。

参考文献:

[1] 钱家欢等. 土力学. 南京: 河海大学出版社, 1988.
 [2] 地基处理手册编写委员会. 地基处理手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1988.
 [3] 张诚厚等. 高速公路软基处理. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
 [4] 交通部第一公路勘探设计院. 八卦洲引线两阶段施工图设计. 西安: 1998.
 [5] 交通部第一公路勘探设计院. 公路软土地基路堤设计与施工技术规范. 北京: 人民交通出版社, 1997.

(上接第32页) 但所需计算时间亦将大大增加。

不考虑模态耦合的结果。不过二者差别并不大, 一般的工程分析中可以忽略这差别; 但精细分析时应予考虑。

(2) 对于大跨度斜拉桥, 考虑模态耦合的结果大于

南京长江二桥南汉桥主梁抖振响应分析结果

表1

位置	平均风速 (m/s)	σ_h (m)	σ'_h (m)	σ_p (m)	σ'_p (m)	σ_a (rad)	σ'_a (rad)
跨中	10	0.00625	0.00610	4.942e-4	4.848e-4	3.723e-5	3.663e-5
	20	0.0282	0.0277	0.00223	0.00218	1.886e-4	1.852e-4
	30	0.0644	0.0623	0.00574	0.00564	4.889e-4	4.796e-4
	40	0.1114	0.1077	0.0115	0.0112	9.660e-4	9.428e-4
	50	0.1664	0.1582	0.0201	0.0196	0.00164	0.00160
	60	0.2275	0.2164	0.0318	0.0308	0.00251	0.00243
四分点	10	0.00361	0.00354	3.077e-4	3.028e-4	2.539e-5	2.493e-5
	20	0.0164	0.0159	0.00139	0.00136	1.284e-4	1.265e-4
	30	0.0380	0.0365	0.00357	0.00344	3.317e-4	3.241e-4
	40	0.0666	0.0649	0.00717	0.00701	6.531e-4	6.368e-4
	50	0.1004	0.0971	0.0125	0.0121	0.00112	0.00109
	60	0.1382	0.1332	0.0180	0.0175	0.00169	0.00164

注: σ_h 、 σ_p 、 σ_a 为考虑模态耦合的响应标准差; σ'_h 、 σ'_p 、 σ'_a 为不考虑模态耦合的响应标准差。

参考文献:

[1] 陈伟. 大跨桥梁抖振反应谱研究 [D]. 上海: 同济大学博士学位论文, 1993.
 [2] 陈英俊, 甘幼琛, 于希哲. 结构随机振动 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1993.

[3] Scanlan R H. Aeroelastic analysis of cable-stayed bridges. J of Struct. Engrg. [J], 1990, 116 (2): 279-297.
 [4] Scanlan R H. The action of flexible bridges under wind. II: buffeting theory. J of Sound and Vibration [J], 1978, 60 (2): 201-211.
 [5] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges [J]. J. of Struct. Engrg., ASCE, 1996, 122 (7): 716-722.