儲量計算公式的选用

于　澣

儲量計算有各种各样的方法，但剖面法却是应用最广泛的方法之一。

应用剖面法計算儲量时，公式选用的正确与否，直接影响着儲量的准确程度。

目前在已出版的書刊和內部发行的資料中（見参考文献），对这一問題都有一些論述。归納起来有：

（1）当S_1与S_2相差40%以上，形状相似，用截錐体公式計算体积：

$$V=\frac{1}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1\cdot S_2})L\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

式中　V　体积

$S_1\cdot S_2$　块断截面的相应面积

L　相隣截面的間距

（下同）

（2）当S_1与S_2相差40%以下，形状相似，用稜柱体公式計算体积：

$$V=\frac{1}{2}(S_1+S_2)L\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

（3）仅有一个面积（S_1或S_2），另一个面积（S_2或S_1）为零，矿体尖灭成一条綫，用楔形公式計算体积：

$$V=\frac{1}{2}S\cdot L\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

（4）仅有一个面积S_1或S_2，另一个面积S_2或S_1为零，矿体尖灭成一点，用圓錐体公式計算体积：

$$V=\frac{1}{3}S\cdot L\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

上述各种情况，除第四种情况計算所得的体积是正确的而外，其他三种均和眞正体积相差很远，严重的影响工业儲量的准确程度，因此，有必要对公式选用这一問題加以討論。笔者兹仅就实际工作中常遇到的情况加以如下的分析。

（一）块断截面对应面积相等

块断截面对应面积相等有下述三种情况：

1. 面积相等，形状相同：

图1、2是这种情况的例子。这是最簡单、但也是最不常見的情况。

它的体积：

$$V=S_1\cdot L=S_2\cdot L\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

几何学上有詳細的討論，这里从略。

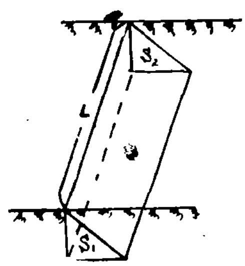

图1

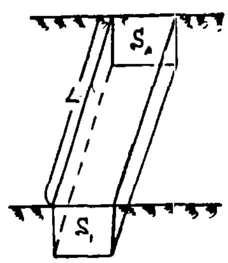

图2

2. 面积相等，形状相似：

面积相同，形状相似的面积，只有和自身相同的一个形状。因此，块断的体积用（5）式計算：

$$V=S_1\cdot L=S_2\cdot L\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

3. 面积相等，形状不同：

这是目前認識不統一，計算分歧的一种情况。归納起来大致有三种意見：

（1）認为只能用圓截錐公式計算(6)。

（2）認为可以用稜柱公式，理由是因为S_1与S_2是相等的。

（3）認为应該用楔形角錐体公式計算。

$$V=\frac{1}{6}[S_1+S_2+(a_1+a_2)(b_1+b_2)]\cdot L\cdots\cdots(6)。$$

式中：a_1、a_2　截面的长度

b_1、b_2　截面的厚度

其他同上

究竟哪种意見正确呢？为了回答这个問題，我們作如下分析：

图 3　S_2是一个四边形，S_1是一个三边形。为了計算它的体积，将它分成三个形体：

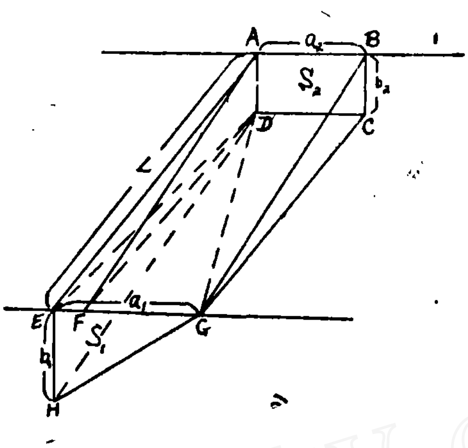

图 3

（1）　$ABCDFG$　体积为

$$V=\frac{1}{2}a_2\cdot b_2\cdot L$$

（2）　$EHGD$　体积为

$$V=\frac{1}{6}a_1\cdot b_1\cdot L$$

（3）　$AEFD$　体积为

$$V=\frac{1}{6}(a_1-a_2)\cdot b_2\cdot L$$

总的体积

$$V=\frac{1}{2}a_2\cdot b_2\cdot L+\frac{1}{6}a_1\cdot b_1\cdot L+\frac{1}{6}(a_1-a_2)\cdot b_2\cdot L=$$

$$=\frac{1}{2}S_2\cdot L+\frac{2}{6}S_1\cdot L+\frac{1}{6}(a_1-a_2)\cdot b_2\cdot L=$$

$$=\frac{1}{6}\cdot L[5S_2+(a_1-{}_2a)b_2]\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

用稜柱公式和圓截錐公式所得到的結果是一样的：

$V=S\cdot L$

为便于比較，看出它們的差異，設图 3 中

$a_1=4$;　$b_1=3$;　$a_2=3$;　$b_2=2$;　$L=5$。

則真正的体积：

$$V=\frac{5}{6}\times[5\times3\times2+(4-3)\times2]=26.66$$

用稜柱公式和截錐公式所得体积为

$V=S\cdot L=6\times5=30$

相差：$\dfrac{30-26.66}{26.66}=12.5\%$.

这是一种情况。

图 4 又是另外一种情况。S_1与S_2都是矩形，这种情况它是由四个形体組成的：

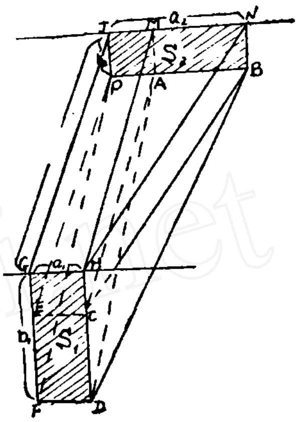

图 4

（1）　$JMAPGHCE$　体积

$V=a_1\cdot b_2\cdot L$

（2）　$ECDFPA$　体积

$$V=\frac{1}{2}(b_1-b_2)\cdot a_1\cdot L$$

（3）　$ABCHMN$　体积

$$V=\frac{1}{2}(a_2-a_1)\cdot b_2\cdot L$$

（4）　$ABCD$　体积

$$V=\frac{1}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)\cdot L$$

总的体积：

$$V=a_1\cdot b_2\cdot L+\frac{1}{2}(b_1-b_2)\cdot a_1\cdot L+\frac{1}{2}(a_2-a_1)$$

$$\cdot b_2\cdot L+\frac{1}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)L=$$

$$=\frac{1}{6}L[6a_1b_2+3(b_1-b_2)a_1+3(a_2-a_1)b_2$$

$$+2(b_1-b_2)(a_2-a_1)]$$

$$=\frac{L}{2}(S_1+S_2)+\frac{1}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)\cdot L\cdots(8)$$

用稜柱公式和圓截錐公式均得：

$V=S\cdot L$

为便于比較，看出它們的差别，設图 4 中

$a_1=1$; $b_1=3$; $a_2=3$; $b_2=1$; $L=5$。

則眞正体积为:

$$V=\frac{1}{6}\times5(6\times1+3\times2\times1+3\times2\times1+2\times2\times2)$$

$$=21.666$$

用稜柱公式及截錐公式所得的体积均为

$$V=3\times5=15$$

相差 $\frac{6.66}{21.66}=30.7\%$

上述的两个例子基本上概括了面积相等，形状不同的所有情况。但为什么有的增加有的减少呢？道理在于:

（1） 图3所示的情况，S_2向S_1至剖面应呈斜楔形尖灭，体积应为:

$$V=\frac{1}{6}L[3\cdot S_2+2(a_1-a_2)b_2]$$

（道理見后）……………………（9）

如以正楔形公式計算，則 $V=\frac{1}{2}L\cdot S_2$ 故比眞正体积小。

S_1向S_2应为圓錐体尖灭，体积应为:

$$V=\frac{1}{3}S_1\cdot L$$

但却以楔形尖灭計算，故扩大了眞正体积的 $1/6S_1\cdot L$。

（2） 图4用稜柱公式和圓截錐公式都把 $ABCD$ 所包圍圓錐体丢掉了，因此計算所得的体积比眞正体积小。相差:

$$V=\frac{1}{3}\cdot L\cdot(b_2-b_1)(a_1-a_2)$$

因此，相应截面积相等，形状不同有两种情况:

（1） S_2与S^2有一个是四边形，一个是三边形，則眞正体积比用稜柱公式或圓截錐公式計算的要小，正确計算体积的公式应为:

$$V=\frac{1}{6}L[5S_2+(a_1-a_2)b_2]\cdots\cdots(7)$$

（2） S_1与S_2两个均为四边形，則眞正体积比用稜柱公式或用圓截錐体公式計算的要大。相差:

$$V=\frac{1}{3}L\cdot(b_1-b_2)(a_2-a_1)$$

依此推导出計算体积的公式为:

$$V=\frac{1}{2}(S_1+S_2)\cdot L+\frac{L}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)=$$

$$=S\cdot L+\frac{L}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)=$$

$$=[S+\frac{1}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)]L\cdots\cdots(10)$$

（二）块断截面对应面积不等

块断截面对应面积不等亦有如下三种情况:

1. 面积不等，形状相同:

图5、图6、图7是三种常見的情况。

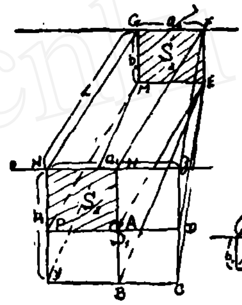

图 5

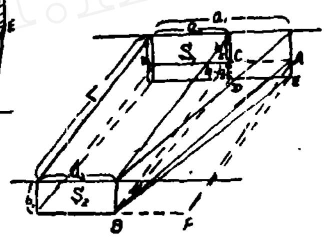

图 6

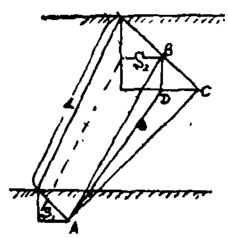

图 7

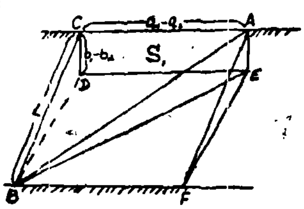

图 8

目前都是依S_1与S_1相差的多少，来选用圓截錐公式或稜柱公式。应該說，这是不正确的。因为在整个形体里有圓錐体存在。如果按稜柱公式計算，就无形中把圓錐体变为正楔形体，扩大了体积。这一点从图5、图6、图7中都可以清楚的看出。为了更容易看清将图6之 $ABCD$ 圓錐体放大表示如图8。$AEFB$ 示用稜柱公式計算时扩大的部分，其相差体积为:

$$V=\frac{L}{2}(AF\cdot AE)-\frac{L}{3}(AF\cdot AE)$$

∵ $AF=a_1-a_2$

$AE=b_1-b_2$

∴ $V=\frac{L}{2}(a_1-a_2)(b_1-b_2)-\frac{L}{3}(a_1-a_2)(b_1-b_2)$

$$=\frac{L}{6}(a_1-a_2)(b_1-b_2)\cdots\cdots\cdots(11)$$

因此面积不等、形状相同，在任何情况下都不得用稜柱公式，而应用圆截錐体公式。

为便于比較，設图 5 中

$a_1=4,\quad a_2=2,\quad b_1=4,\quad b_2=2,\quad L=5$。

真正的体积为：

（1） $AEMPNHFG=a_2\cdot b_2\cdot L$

$$=2\times2\times5=20$$

（2） $AEMPYB=\frac{1}{2}[a_2\cdot(b_1-b_2)]\cdot L$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\times2\cdot5=10$$

（3） $AEFHZD=\frac{1}{2}(a_1-a_2)\cdot b_2\cdot L$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\times2\times5=10$$

（4） $ABCDE=\frac{1}{3}(a_1-a_2)(b_1-b_2)\cdot L$

$$=\frac{1}{3}\cdot2\times2\times5$$

$$=6.66$$

总体积等于（1）+（2）+（3）+（4）=46.66

用稜柱公式計算得

$$V=\frac{1}{2}(S_2+S_1)\cdot L$$

$$=\frac{1}{2}(4+16)\times5$$

$$=50$$

相差 $\frac{L}{6}\cdot(a_1-a_2)(b_1-b_2)$

$$=\frac{5}{6}\times2\times2=3.334$$

可見上述的結論是正确的。

（2） 面积不等，形状相似：

这是在实际儲量計算中最常用的一种。和面积不等，形状相似的理由相同，只能应用圆截錐公式而不能用稜柱公式。

通过大量試算証明：不仅相差小于40%，不能用，即使两个截面相差5%，也会产生 29.6% 的誤差，这是儲量計算所絕对不能允許的。計算結果如表1所示。

（3） 面积不等，形状不同：

无論什么形状，也不管相差多少，均应用楔形角錐体公式：

$$V=\frac{1}{6}L[S_1+S_2+(a_1+a_2)(b_1+b_2)]\cdots\cdots(6)$$

$$=\frac{1}{6}[S_1+S_2+(\frac{S_1}{b_1}+\frac{S_2}{b_2})(\frac{S_1}{a_1}+\frac{S_2}{a_2})]$$

但有两个特殊情况，如图 9、图10、图11所示，矿体視厚度或視长度相等，較大的截面向較小的截面呈正楔形尖灭，无論两截面相差多少，用稜柱公式所得的結果都是正确的。

表 1

S_1 （单位面积）	S_2 （单位面积）	$\frac{S_1-S_2}{S_1}$ （%）	用稜柱公式計算体积（V_4）	用圆截錐公式計算体积（V_5）	$\frac{V_4-V_5}{V_5}$ （%）
1	2	3	4	5	6
100	100	0	$S_1\cdot L$	$S_1\cdot L$	0
100	90	10	$0.950S_1\cdot L$	$0.7330S_1\cdot L$	29.6
100	80	20	$0.900S_1\cdot L$	$0.6942S_1\cdot L$	29.64
100	70	30	$0.850S_1\cdot L$	$0.6548S_1\cdot L$	29.81
100	60	40	$0.800S_1\cdot L$	$0.6149S_1\cdot L$	30.10
100	50	50	$0.750S_1\cdot L$	$0.5745S_1\cdot L$	30.57
100	40	60	$0.700S_1\cdot L$	$0.5333S_1\cdot L$	31.25
100	30	70	$0.650S_1\cdot L$	$0.4910S_1\cdot L$	32.38
100	20	80	$0.600S_1\cdot L$	$0.4438S_1\cdot L$	35.19
100	10	90	$0.550S_1\cdot L$	$0.4000S_1\cdot L$	37.50
100	0	100	$0.500S_1\cdot L$	$0.33S_1\cdot L=\frac{1}{3}S\cdot L$	50.06

表中V_4与V_5的求得，系把S_2換算成S_1，例如：

$S_1=100,\quad S_2=95$，則：

$$V_4=\frac{S_1+S_2}{2}\cdot L=\frac{S_1+0.95S_1}{2}\cdot L=0.975S_1\cdot L$$

$$V_5=\frac{1}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1\cdot S_2})\cdot L=$$

$$=(S_1+0.95S_1+\sqrt{S_1\times0.95S_1})\cdot L=$$

$$=0.752S_1\cdot L.$$

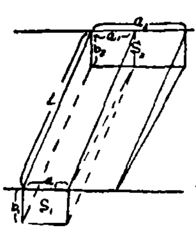

图 9

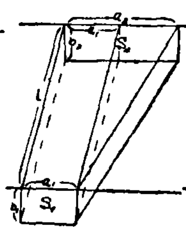

图 10

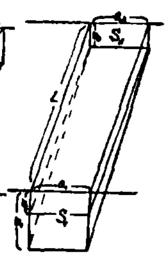

图 11

（三）有一个截面为零

一个截面为零，有图12、图13、图14、图15、图16、图17所示的各种情况。目前所应用的求所示各种情况的公式有的是不正确的。例如图14用楔形公式求得的体积比眞正体积大；相反的图15、图16所求的体积比眞正体积小。只有图12、图13所求的情况才是正确的。

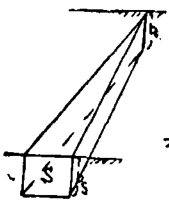

图 12

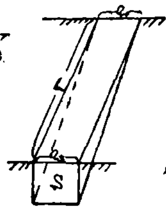

图 13

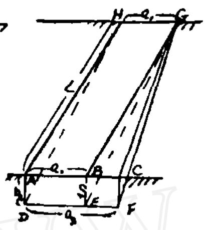

图 14

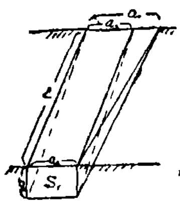

图 15

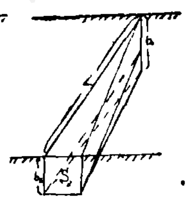

图 16

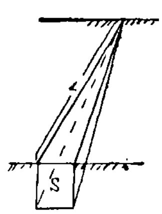

图 17

斜楔形的眞正体积，从图18里可以推导出来：

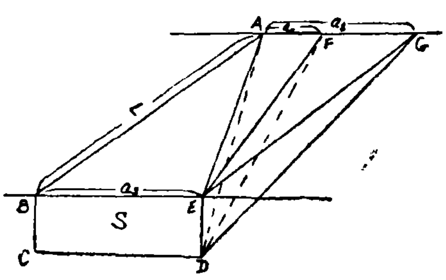

图 18

图18中$AEDG$的体积：等于$ABCDG$减去$ABCDE$，亦即

$$V=\frac{1}{2}S\cdot L-\frac{1}{3}S\cdot L$$

$$=\frac{1}{6}S\cdot L$$

$ABEDF$体积从几何原理得出：

$$V=\frac{1}{6}S\cdot L\cdot\frac{a_0}{a_1}$$

因此 $ABCDEF$ 体积为：

$$V=\frac{1}{3}S\cdot L+\frac{1}{6}S\cdot L\frac{a_0}{a_1}$$

$$=\frac{1}{6}S\cdot L\left(2+\frac{a_0}{a_1}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

式中、a_1、b_1面积不为零剖面的視长度或視厚度。

a_0、b_0面积为零剖面的視长度或視厚度。

这是斜楔形一般公式，它可以代替正楔形公式，也可以代替圆錐公式。

实踐表明：这是在儲量計算上大可推广的一个公式。

根据上述分析，作者認为：

1. 块断截面对应面积相等，形状相同或相似，用矩形公式計算体积是正确的。

2. 块断截面对应面积相等，但形状不同：

（1）一个断面是四边形，另一个断面是三边形，則計算体积的公式为：

$$V=\frac{L}{6}[5S+(a_1-a_2)b]$$

（2）两个断面均为四边形，其体积的，

$$V=\left[S+\frac{1}{3}(b_1-b_2)(a_2-a_1)\right]\cdot L$$

上述两种情况，不得用稜柱公式和圓截錐公式計算体积。前者大12.5%；后者小30.7%。

3. 块断截面对应面积不等，形状相似或相同，用圓截錐体公式計算体积是正确的。

4. 块断截面对应面积不等，形状不同，除視厚度或視长度有一个因素相同可用楔形公式計算外，其余都应用楔形角錐体公式。

5. 块断截面对应面积、有一个为零則用(12)式計算体积。

$$V=\frac{1}{6}S\cdot L\left(2+\frac{a_0}{a_1}\right)$$

参 考 文 献

（1） 普罗克菲耶夫 1954 实用金屬矿床儲量計算法 地質出版社
（2） 斯米尔諾夫 1956 矿物原料儲量計算 ”
（3） 普罗克菲耶夫 1957 儲量計算时矿体的圈定 ”
（4） 阿日吉烈等 1957 矿产普查勘探方法 ”
（5） 别捷赫琴等 1954 矿床学（五） ”
（6） 張敎育 1957 湿度公式及儲量計算公式的运用 “地質与勘探” 9期
（7） 105 队地質資料編录与儲量計算方法的經驗总結 1957
（8） 找矿勘探理論和方法 1954