

流程工业最优生产控制的递阶流率模型¹⁾

宋春跃¹ 王慧² 李平¹

¹(浙江大学工业控制技术研究所 杭州 310027)

²(浙江大学系统工程研究所 杭州 310027)

(E-mail: cysong@iipc.zju.edu.cn)

摘要 基于流程工业生产系统特性,构造新的递阶流率控制模型,对目标泛函的积分上限重新定义,引入新的状态变量,在最优生产时间标准下给出了递阶滚动优化算法框架.仿真结果表明该生产策略更易于工程实现.

关键词 递阶流率控制,最优生产,切换

中图分类号 TB114

A Hierarchical Flow Model for Production Systems in Processing Industry

SONG Chun-Yue¹ WANG Hui² LI Ping¹

¹(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

²(Institute of Systems Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(E-mail: cysong@iipc.zju.edu.cn)

Abstract A new hierarchical rate control framework is constructed based on the nature of production systems in processing industry. By introducing new state variable and new time horizon of the objective function, we decompose the original problem, and get the asymptotic optimality solution of the original problem. Simulation results show the feasibility of the proposed approach in practice.

Key words Hierarchical flow control, optimal production, setup

1 引言

对于离散制造系统的最优生产控制问题,已有诸多学者进行了研究,而对流程工业系统最优生产控制的研究却鲜有文献论述.不同于传统离散制造系统,在流程工业生产中,生产切换并不是很频繁,但切换时有显著切换消耗(包括切换成本和切换时间),故一旦生

1) 国家重点基础研究发展规划“973”(2002CB312200)、国家教委博士点基金(20020335106)和中国博士后科学基金资助

Supported by the Project “973” of P. R. China(2002CB312200), the University Doctoral Foundation of National Education Commission of P. R. China(20020335106) and the Postdoctoral Foundation of P. R. China

收稿日期 2001-12-31 收修改稿日期 2002-05-20

Received December 31, 2001; in revised form May 20, 2002

产某种产品, 该过程将会持续一段时间. 这种内在的特点使得其既包含了连续过程又包含离散动态事件, 属于由连续变量动态系统和离散事件动态系统相互作用而成的混杂系统. 因此, 其最优生产控制不可能直接利用已有的离散制造系统的理论与方法. 本文从控制理论角度出发, 基于流程工业自身特性, 构造出适合工业实际的递阶最优生产控制流率模型.

2 问题描述

将一条流程工业生产线看作是一台不可靠设备, 它能生产 n 类产品 $P_i, i=1, 2, \dots, n$, 且在给定时刻只能生产一类产品. 当系统由生产 P_i 切换到 P_j 时需要切换消耗, 定义其切换成本/时间为 K_{ij}/θ_{ij} , 且 $\theta_{ij} \geq 0, K_{ij} \geq 0, i, j=1, 2, \dots, n, i \neq j$. 假设 θ_{ij} 和 K_{ij} 为恒值, 任意 $i, j, k=1, 2, \dots, n, i \neq j$ 且 $j \neq k$, 有 $\theta_{ij} + \theta_{jk} - \theta_{ik} \geq 0, K_{ij} + K_{jk}e^{-\rho\theta_{ij}} - K_{ik} > 0, 0 < \rho < 1$ 为目标函数中的折扣因子.

对于 $t \geq 0$, 令 $x_i(t) \in R = (-\infty, \infty), u_i(t) \in R^+ = [0, \infty), z_i(t) \in R^+ = [0, \infty)$ 分别表示产品 P_i 在 t 时刻的盈余、生产率和需求率, 假设 $z_i(t)$ 是常量. $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n, \mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T \in R^{+n}, \mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T \in R^{+n}$. 则系统的随机微分方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = F(\alpha(t), t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{z}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}, \quad \alpha(0) = \alpha \quad (1)$$

$\alpha(t)$ 为由生成矩阵 $Q = (q_{ij})$ 产生的生产能力过程, $t \geq 0$ 时, $\alpha(t) \in M = \{0, 1, \dots, m\}$, 其中 $q_{ij} \geq 0, i \neq j, q_{ii} = -\sum_{i \neq j} q_{ij}$. 当系统正在进行切换时 $\alpha(t) = 0$; 当切换结束时 $\alpha(t) = m$. $\forall \alpha \in M, \alpha(t)$ 从 α 跳转到 β 时, 则随机微分方程由 $F(\alpha, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ 变换到 $F(\beta, \mathbf{x}, \mathbf{u})$. 假设生产 P_i 的单位产率所需要设备能力容量为 $p_i > 0$. 系统存在下约束条件:

$$\begin{cases} p_i u_i(t) \leq \alpha(t), & i = 1, 2, \dots, n \\ u_j(t) = 0, & j \neq i \end{cases} \quad (2)$$

则 $\forall \alpha \in M$, 有以下控制集合: $\Gamma_i(\alpha) = \{U = (u_1, \dots, u_n) \geq 0, p_i u_i \leq \alpha, u_j = 0, j \neq i\}, i = 1, 2, \dots, n$.

在无限时域上, 该系统生产的运行及切换成本可用以下目标函数表示

$$J(i, \mathbf{x}, s, \Xi, \mathbf{u}(\cdot)) = \int_0^s e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + E \left(\int_s^\infty e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \sum_{l=0}^\infty e^{-\rho \tau_l} K_{i_l i_{l+1}} \right) \quad (3)$$

这里 $s \in [0, \theta_{ij}]$, $G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \sum_{i=1}^n c_i^+ x_i^+(t) + c_i^- x_i^-(t), c_i^+ (c_i^-) > 0, x_i^+ := \max(x_i, 0), x_i^- := \max(-x_i, 0); \Xi = \{(\tau_0, i_0 i_1), (\tau_1, i_1 i_2), \dots\}$ 为切换序列, 对应每一次切换, τ 为本次切换的开始时间, ij 表示设备完成对 P_i 的生产后转向生产 P_j . 定义系统在时间 t 时的状态为 $(\mathbf{x}(t), \alpha, ij)$, 则系统的状态空间为 $R^n \times M \times \{ij | i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j\}$. 因此, 该系统最优生产问题归结为寻求容许的控制策略 $(\Xi, \mathbf{u}(\cdot))$, 在满足约束的基础上使方程(3)最小.

定义 $V_i(\mathbf{x}, \alpha, s)$ 为式(3)的值函数, 即

$$V_i(\mathbf{x}, \alpha, s) = \inf_{(\tau, \mathbf{u}(\cdot))} J(i, \mathbf{x}, \alpha, s, \tau, \mathbf{u}(\cdot)) \quad (4)$$

记 $V_i(\mathbf{x}, \alpha) = V_i(\mathbf{x}, \alpha, 0)$, 则

$$V_i(\mathbf{x}, \alpha, s) = \begin{cases} V_i(\mathbf{x}, \alpha), & s = 0 \\ \int_0^s e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + e^{-\rho s} V_i(\mathbf{x} - \mathbf{z}s, m), & s > 0 \end{cases} \quad (5)$$

值函数 $V_i(\mathbf{x}, \alpha)$ 是局部 Lipschitz 连续且是文献 [1] 中给出的 HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) 方程的唯一粘性解。

该 HJB 求解非常复杂, Sethi and Zhang 利用粘性解技术对随机故障的制造系统研究了当机器状态变化率趋向无穷大时的渐近最优控制。但在现实生产中, 机器状态变化率趋向无穷大有悖于现实, 而流程工业不同于传统制造业的特性也不允许照搬制造系统的递阶框架。对于已知的 $T > 0$, 在时域 $[0, T]$ 内的切换次数是有限的^[1], 且由于市场需求的多变而更看重有限时域的生产效益, 因此以有限时域取代无限时域更具有现实意义, 本文并对有限时域赋予新的含义。假定 $s=0$ 且初始时系统已经切换至可生产 P_i , 考虑如下有限时域内的目标函数

$$\begin{aligned}
 J(i, \mathbf{x}, 0, \Xi, \mathbf{u}(\cdot)) &= E \left(\int_0^{T(\alpha)} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \sum_{l=0}^k e^{-\rho t_l} K_{i_l i_{l+1}} \right) = \\
 &E \left(\int_0^{T_1(\alpha)} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \int_{T_1(\alpha)}^{T_1(\alpha)+\theta_1} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + e^{-\rho T_1(\alpha)} K_1 \right) + \dots + \\
 &E \left(\int_{\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i(\alpha)}^{\sum_{i=0}^k \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i(\alpha)} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \int_{\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i(\alpha)}^{\sum_{i=0}^k \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i(\alpha)} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + e^{-\rho (\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i(\alpha))} K_i \right)
 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $T_0 = K_0 = \theta_0 = 0$, $T_i(\alpha)$ 为 P_i 的生产时间, $T(\alpha)$ 为第 k 次生产结束时的时间, 显然 $T(\alpha)$ 也是随机量, 这与其他文献里有限时域的积分上限 t_f 的含义有所区别。

3 问题求解

采用两层递阶流率控制模型来对以上问题寻优: 上层(静态计划层)不考虑机器故障因素, 并把切换作为特殊可控事件纳入该层, 得到系统的静态最优生产控制并作为下层(动态操作层)的输入; 下层在考虑设备故障率的情况下使得生产目标期望逼近给出的设定值。不考虑设备故障因素时原始目标泛函可写为

$$\begin{aligned}
 J(i, \mathbf{x}, 0, \Xi, \mathbf{u}(\cdot)) &= \int_0^{T_1} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \int_{T_1}^{T_1+\theta_1} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + e^{-\rho T_1} K_1 + \\
 &\int_{T_1+\theta_1}^{T_1+\theta_1+T_2} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \dots + \int_{\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i}^{\sum_{i=0}^k \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt + \\
 &\int_{\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i}^{\sum_{i=0}^k \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i} e^{-\rho t} G(\mathbf{x}(t), 0) dt + e^{-\rho (\sum_{i=0}^{k-1} \theta_i + \sum_{i=0}^k T_i)} K_i
 \end{aligned} \quad (7)$$

由于某种产品的生产时间 $T_i > 0$ (由于不考虑设备故障, $T_i(\alpha)$ 简写为 T_i), 且与其生产结束时的库存量 $x_i(T_i)$ 有相对应关系, 故此处引入 T_i 作为系统的另一状态变量。令 $H_i = [T_1, T_2, \dots, T_i]$, $i=1, 2, \dots, k$, 则 H_i 表示系统在第 $i+1$ 次切换前某些种类产品的生产时间序列。

定义以 $(j, \mathbf{x}(i), H_i)$ 为初态的目标泛函最优决策为 $V_{k-i}[j, \mathbf{x}(i), H_i]$, 则由动态规划可得到式(7)的 Bellman 泛函方程为

$$V_{k-i}[j, \mathbf{x}(i), H_i] = \min_{u_j(i)} \{ J(j, \mathbf{x}(i), H_i) + V_{k-(i+1)}[l, \mathbf{x}(i+1), H_{i+1}] \} \quad (8)$$

解此 Bellman 方程即可得到 $[0, T]$ 时域内不考虑设备故障率时的最优生产控制, 则 $J(\cdot, \cdot)$ 取最小值时所对应的第一次生产产品的 $x_i(T_1)$ 即为该产品在有限时域 $[0, T]$ 时的库存阈值, 而另一状态变量 T_1 定义为该产品在初态 $x(0)$ 下的最优生产时间, 将作为下一层的设定值.

在动态操作层仅考虑设备故障率存在时对系统的流率影响, 以及如何实现对上层期望值的跟踪, 此处仅讨论某种已知 P_i 生产时的流率和库存的跟踪. 为此, 考虑机器的故障因素, 令 x_i^2 为 P_i 在该层盈余, u_i^2 为 P_i 在该层流率, 在系统动态特性的基础上, 由 u_i^2 跟踪 u_i^1 , 其中 x_i^2 满足

$$x_i^2(t) = \int_0^t u_i^2(s) ds - \int_0^t u_i^1(s) ds \text{ 或 } \frac{dx_i^2}{dt} = u_i^2 - u_i^1 \quad (9)$$

由上层求得的切换序列集和期望最优生产流率, 本层的问题便是在考虑设备故障率的情况下来寻求最优反馈控制率 $u_i^2(t, \alpha)$, 使以下目标泛函达到最小

$$JS(i, x_i^2, u_i^2(\cdot), \alpha) = E\left(\int_0^{T_i} g(x_i^2(t)) dt \mid x_i^2(0) = 0, \alpha(0) = \alpha\right) \quad (10)$$

T_i 为上层已经求得 P_i 的最优生产时间, 其中函数 g 是严格凸函数, 且有以下特性: $g(0) = 0$, $g(x) \geq 0 \forall x$, $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} g(x) = \infty$. 该问题的 Bellman 方程在文献[2]中已经给出.

为保证算法的实时性, 当下层设定的最优生产时间 T_i 一到, 算法就自动转到上层, 根据新的在线检测的库存数据进行新一轮的优化, 刷新最优生产控制设定, 优化结果再作为设定值指导下层生产. 由于这种滚动优化策略实现了控制的实时性, 故在静态计划层仅需求取初次生产产品的最优生产时间. 图 1 是该递阶结构的滚动优化算法框图.

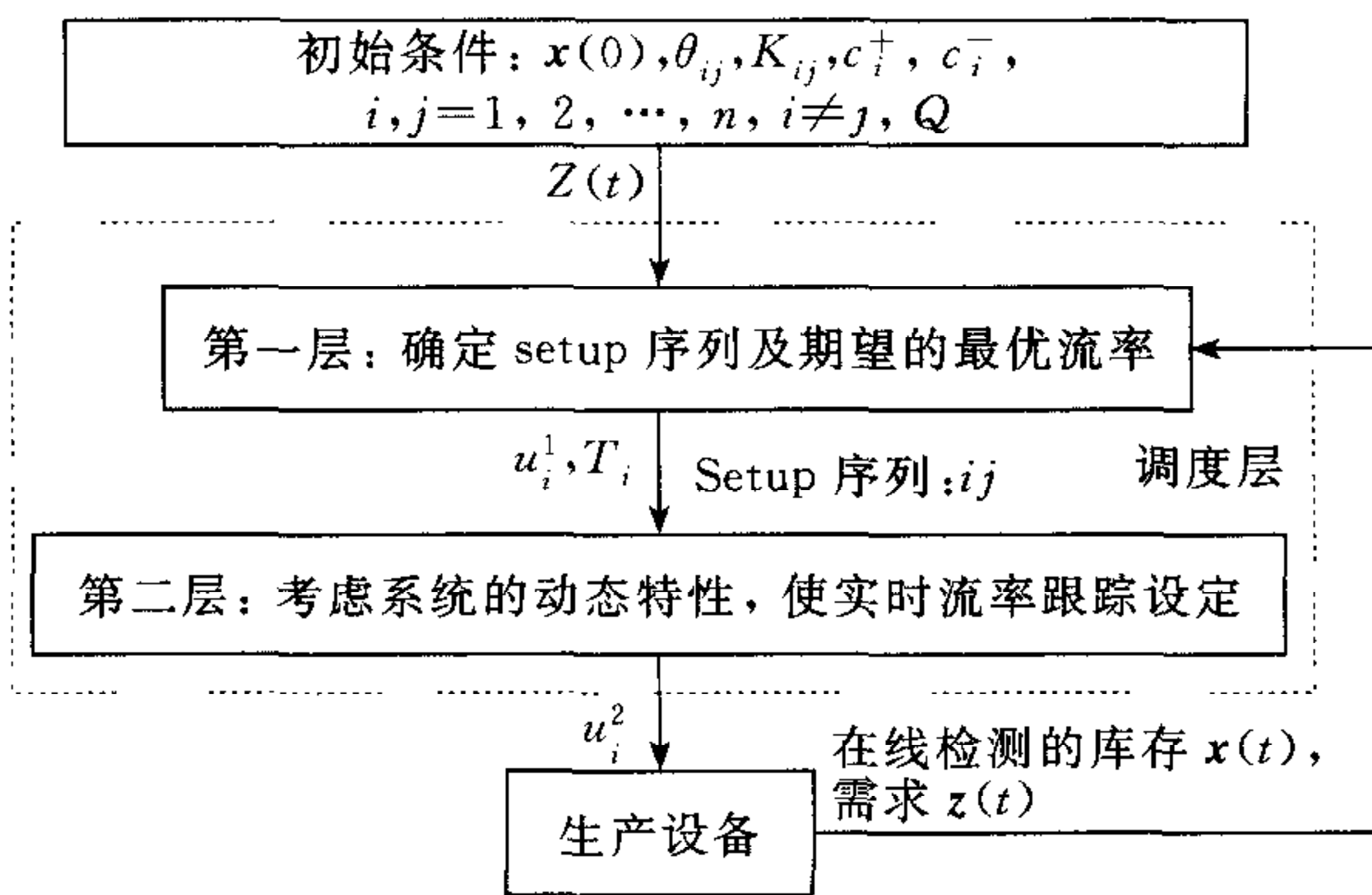


图1 递阶结构框架

Fig. 1 Framework of the hierarchy

4 仿真结果

考虑这样一个例子: $n=2, \rho=0.9, z_1=z_2=0.4, \alpha \in M=\{0,1\}$, 系统参数为 $\theta_{12}=0.65, \theta_{21}=0.75, K_{12}=1.25, K_{21}=1.15, q_{10}=0.1, q_{01}=0.2$. 对不同 $x(0)$ 表 1 给出了最优生产控制的仿真结果, 这里仅列出了初次生产产品的最优生产时间. 仿真结果表明最优生产控制策略仍具有开关结构, 属于 Hedging Point 策略. 图 2 是在 $T_i (i=2, 3, \dots, k)$ 为最优状态情况下目标泛函 $J(\cdot, \cdot)$ 随 T_1 的变化趋势图, $J(\cdot, \cdot)$ 取最小值时所对应的

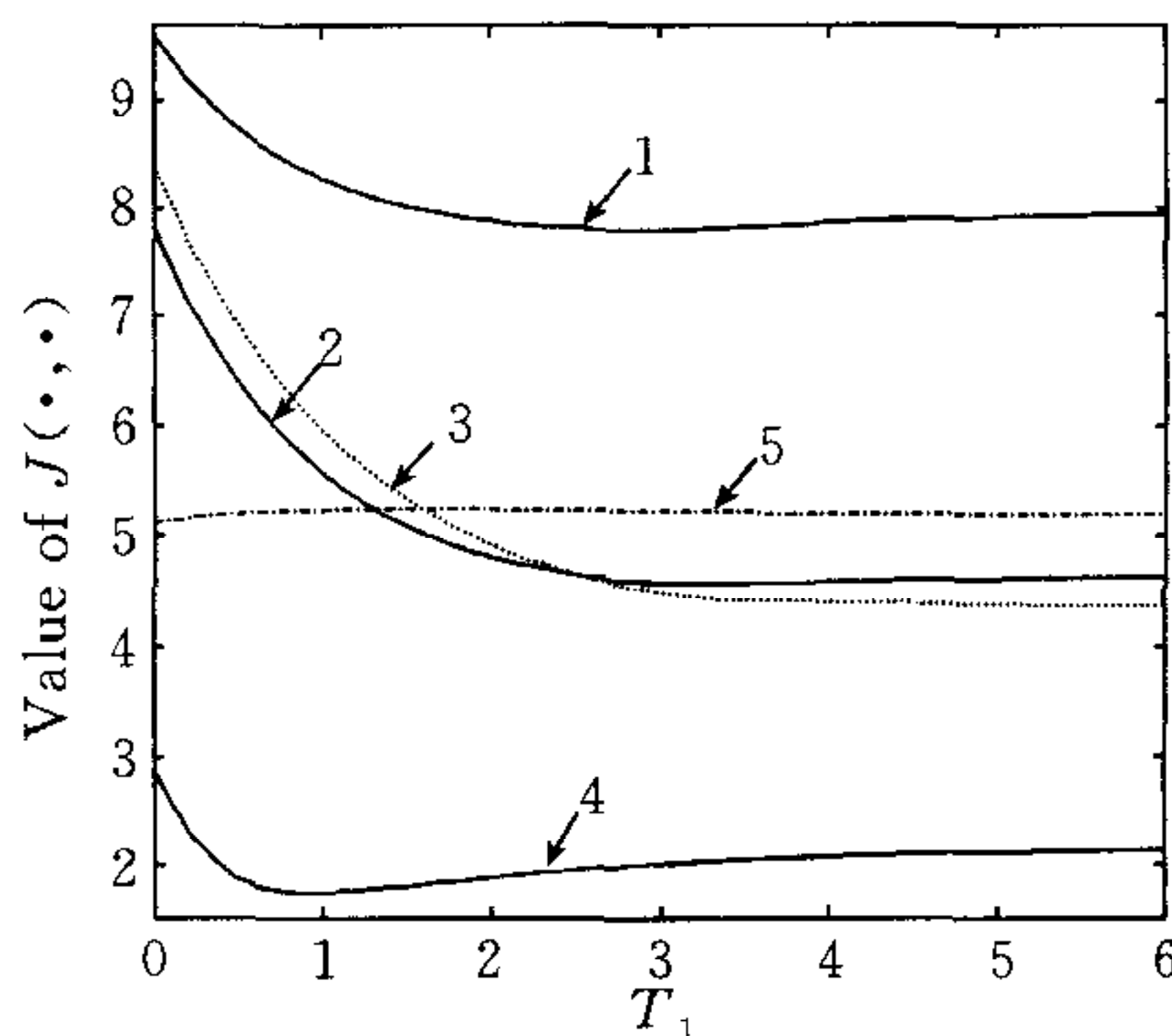


图 2 $J(\cdot, \cdot)$ 随 T_1 变化趋势图

Fig. 2 Value tendency of $J(\cdot, \cdot)$ to T_1

T_1 值即为初次生产产品的最优生产时间, 图中的 5 条曲线对应于表 2 中的 5 个例子. 可以看出, 在例中的 1, 2, 4 (图 2 中实线 1, 2, 4) 中, 由于 P_2 不充足甚至欠缺, 最优生产策略使得生产 P_1 的时间相对较短; 例中的 3 (图 2 中点线 3) 中 P_1 欠缺而 P_2 充足, 故 P_1 的生产时间较长才使得目标泛函取最小值; 例中的 5 (图 2 中点划线 5) 中各类产品库存充足, 故此时停止生产. 以上结果也是 Hedging Point 控制使然.

表 1 仿真结果
Table 1 Results of simulation

Ex.	$x_1(0)$	$x_2(0)$	C_1^+	C_1^-	C_2^+	C_2^-	T_1	$\min J(\cdot, \cdot)$
1	-1.5	-1.0	0.5	3.0	0.6	3.0	2.65	7.6406
2	-1.5	0.0	0.5	3.0	1.0	3.0	2.95	4.4251
3	-1.5	1.5	0.5	3.0	1.0	3.0	5.10	4.2569
4	0.0	0.0	1.0	3.0	1.0	3.0	0.85	1.7738
5	2.0	2.5	1.0	3.0	1.0	3.0	0.0	5.1182

经过一段时间生产, 该最优生产控制策略不仅保证生产在最低运行成本下运行, 而且使生产较好的满足需求, 并保持较低的库存.

4 结 论

本文研究工作的意义在于简化了原始问题的复杂度, 根据流程工业的特性, 把求解多维随机最优生产问题化解为求解多维确定性的最优生产问题, 并以一维方向上的平滑来逼近多维随机原始问题, 实现了算法的可行性, 提高了控制的精确性和实时性, 问题的简化及定义有其明确的物理意义及应用背景, 使得生产能较好地满足实际的需求 (不只是总数上地满足, 而且能平衡各类产品), 文中给出的仿真例子也证明了这点. 另外, 虽然优化所得的结果并非是全局最优解, 而只是一个近优解, 但采用实际可行的滚动优化策略可在一定程度上弥补该缺点.

References

- 1 Sethi S P, Zhang Q. Hierarchical production and setup scheduling in stochastic manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(5): 924~930
- 2 Gershwin S B. Hierarchical flow control; A framework for scheduling and planning discrete events in manufacturing systems. *Proceedings of the IEEE*, 1989, **77**(1): 195~209
- 3 Song C Y, Gao C H, Wang H *et al.* A finite horizon scheduling mode based on optimal inventory. In: Proceedings of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation, Hefei, 2000, **4**: 1878~1882 (in Chinese)
- 4 Kimemia J, Gershwin S B. An algorithm for the computer control of a flexible manufacturing system. *IIE Transactions*, 1983, **15**(4): 353~362

宋春跃 浙江大学信息学院博士后, 研究领域为生产过程的调度监控、预测控制等.

(SONG Chun-Yue Postdoctor at Zhejiang University. His research interests include the optimal production of production systems and the predictive control.)

王 慧 浙江大学控制系教授, 研究领域为工业过程和建模、控制与优化, 计算机控制.

(WANG Hui Professor at Zhejiang University. Her research interests include modeling, control and optimization of industry processes.)